DOKTORI ÉRTEKEZÉS

dr. Bessenyei István

2002

PH.D. ÉRTEKEZÉS

A MEGTAKARÍTÁSOK ÉS GAZDASÁGI NÖVEKEDÉS VISZONYÁNAK NÉHÁNY ELMÉLETI KÉRDÉSE

Készítette: dr. Bessenyei István

Pécsi Tudományegyetem, 2002.

Tartalomjegyzék

Előszó

Dolgozatomban azt vizsgálom, hogy miként hatnak a gazdaság növekedésére a megtakarítói viselkedés bizonyos sajátosságai. A kérdés a huszadik század közepét követően elsősorban a postkeynesi, neoklasszikus, neokeynesiánus vitában exponálódott, az utóbbi két évtizedben pedig az emberi tőkével kapcsolatos beruházási döntések elméletének kidolgozásában. Véleményem szerint a vizsgálódás további irányokba is kiterjeszthető, elsősorban ezek közül szeretném a figyelmet néhányra felhívni.

Munkám alapvető szellemiségének meghatározásához leghelyesebb Mátyás (1984) gondolataiból idézni. Ezek szerint: „A modern növekedési elméletek vonala kétfelé vált. Az egyik a fejlődő országok problémáira koncentrált, s Smith örökségéhez állt közel, és olyan következtetésekre jutott, amelyek alkalmasak voltak a gyakorlati gazdaságpolitika alakítására. A másik csak a fejlett gazdaságok fejlődésének problémáival foglalkozott, s teljesen elméleti jellegű volt. Az utóbbin belül szintén két irányzat alakult ki. A neoklasszikus növekedési modellek dinamizált termelési függvényen épülnek fel, s a határelemzést alkalmazzák a keynesi aggregátumokra. Keynessel ellentétben viszont azt tartják, hogy a megtakarítások határozzák meg a beruházásokat. A másik irányzathoz a keynesi alapokon felépülő növekedési modellek tartoznak, első kidolgozójuk Domar és Harrod volt." Munkám a második vonal első irányzatát igyekszik követni.

A dolgozat alapjául szolgáló gondolatrendszer megválasztása legegyszerűbben egy Simonovits (1996) cikkében található megjegyzéssel indokolható, mely szerint „ ... a neoklasszikus főáram újra fénykorát éli." Nem kívánok azonban megfeledkezni Mátyás (1996) tanulmányának egyik rendkívül fontos idézetéről sem, mely szerint „ ... a neoklasszikus közgazdaságtan szigorú matematikai formulái mögött ≫ ... az elmélet meg van fosztva minden intézményi tartalmától ≪." Ez az oka annak, hogy kutatásaimat elsősorban az intézményi tényezők neoklasszikus modellekbe történő bevezetésének irányába folytattam. E kutatások eredményeit foglalja össze a 3. és 5. fejezet. Egyúttal néhány, az intézményi adottságokkal kevésbé összefüggő eredményhez is eljutottam. Ezek közül a legfontosabbak a 2.4.1, 2.5.1. és 3.2.2. szakaszokban találhatók.

A neoklasszikus iskola egyik legfontosabb, egyben legproblematikusabb premisszája, hogy minden megtakarítás automatikusan beruházássá válik. Vizsgálódásaim során gyakran lesz szükség e föltevés módosítására, következtetéseimet azonban igyekszem mindig a neoklasszikus iskola eredményeivel egybevetni.

Mivel a dolgozatban központi szerep jut az állam piaci mechanizmusokba történő beavatkozásának, Simonovits (1997) szerint sztochasztikus, lineáris modellek helyett célszerűbb determinisztikus nem-lineáris konstrukciókat alkalmazni. Így a dolgozat kizárólag determinisztikus modellekkel foglalkozik, ezek között azonban lineáris és nem-lineáris egyaránt megtalálható.

Az első fejezetben a gazdaság növekedését leíró modellekben használt legfontosabb fogalmakat és matematikai módszereket ismertetem. A másodikban azt a nézetet igyekszem cáfolni, mely szerint egy egyszerű növekedési modellből adódó prognózis akkor optimista, ha a modell nem tartalmaz autonóm beruházási függvényt, és a helyettesítés rugalmassága legalább egységnyi. Míg a megtakarítási hányadot a második fejezetben mindvégig exogén konstansként kezelem, a harmadikban azzal a feltevéssel élek, hogy létezik egy központi tervező hatóság, mely különféle gazdaságpolitikai célkitűzések megvalósítása érdekében képes e nagyságot meghatározni. Ebben a fejezetben vizsgálom a tervutasításos gazdaság feldmani modelljét, és azt, hogy a vállalatok puha költségvetési korlátjának figyelembevétele mennyiben módosítja annak következtetéseit. A negyedik fejezetben mellőzöm a központi tervező hatóság létezésének feltevését, és a Ramsey-modell keretei közt bemutatom, miként optimalizálják megtakarítói viselkedésüket a magánháztartások. Itt vezetem be a közjavak fogalmát is. Az utolsó fejezet föltevései szerint mind a megtakarításokra, mind pedig a beruházásokra az elit háztartások gyakorolnak döntő hatást. A bérből és fizetésből élő háztartások passzivitását feltételezve, az előzőekben bevezetett fogalmi apparátus felhasználásával a korrupció gazdasági növekedésre gyakorolt hatását vizsgálom.

Köszönettel tartozom Dr. Oroszi Sándornak, a gazdasági növekedés területén végzett kutatásaim megkezdéséhez nyújtott segítségéért és Dr. Vörös Józsefnek, aki e kutatások folytatásában, az eredmények összefoglalásában és megjelentetésében segített. Köszönet illeti Dr. Mellár Tamást és Dr. Tallos Pétert, akik dolgozatom korábbi változatának alapos előopponálása során és az azt követően megtartott munkahelyi vitában számos bíráló megjegyzéssel és az átdolgozást segítő útmutatással támogatták munkámat. Köszönettel tartozom továbbá továbbá Dr. Tóth József rektor úrnak, aki a Pécsi Tudományegyetem Tudományos és Kutatás-fejlesztési Bizottságának javaslatára e dolgozat elkészítését a Bihari Ottó Kutatói Ösztöndíj megítélésével támogatta.

1. Bevezetés

A dolgozatban használt legfontosabb fogalmak és matematikai módszerek bevezetése mellett ebben a fejezetben vizsgálok meg néhány olyan kérdést, melyeket a gazdasági növekedéssel foglalkozó könyvek általában nem érintenek, vagy magától értetődőnek tartanak. Ennek megfelelően az 1.1.4. szakaszban megkísérlem tisztázni az egyenletes és kiegyensúlyozott növekedés közti kapcsolatot, az 1.2.2. szakaszban megmutatom, hogy kiegyensúlyozott növekedés csakis lineárisan homogén aggregát termelési függvény jelenlétében lehetséges. Az 1.2.3.2. pontban számba veszem a nyers munka díjazásának lehetséges magyarázatait AK típusú termelési függvény esetén. Az 1.2.3.4. pontban pedig a Leontief és CES típusú termelési függvények paraméterei közti összefüggést vezetem le.

1.1 Gazdasági növekedés és rátaelemzés

Gazdasági növekedésről akkor beszélünk, ha a kibocsátás az idő előrehaladtával növekszik. Ez a kizárólag hosszú távon megfigyelhető jelenség, nem zárja ki a kibocsátás időszakonként előforduló átmeneti csökkenését. E visszaeséseket a gazdasági növekedés tanulmányozása során figyelmen kívül hagyjuk, vizsgálatukkal a konjunktúraelmélet foglalkozik. Igen jó bevezetést ad a konjunktúraelméletbe Assenmacher (1994).

1.1.1 A gazdasági növekedés káldori jellegzetességei

A gazdaság növekedése a legtöbb országban megfigyelhető, sőt számos hasonló vonást mutat. E jellegzetes vonásokat Káldor (1963) az alábbiakban foglalta össze:

1. Az egy főre eső kibocsátás növekszik és a növekedés rátája nem csökken.
2. Az egységnyi munkára eső fizikai tőkejavak mennyisége növekszik.
3. A profitráta megközelítően konstans.
4. Az egységnyi fizikai tőkére eső kibocsátás alig változik.
5. A munka és a fizikai tőke részesedése a nemzeti jövedelemből megközelítően konstans.
6. A kibocsátás növekedési rátája az egyes országokban jelentős eltéréseket mutat.

Barro és Sala-i-Martin (1995) bőséges irodalom és statisztikai adat tanulmányozása után arra a következtetésre jutottak, hogy a fenti megállapítások ma is elfogadhatók, a 3. helyett azonban ők a profitráta csökkenését tartják általában megfigyelhetőnek.

A gazdasági növekedés modelljeivel szemben támasztott legfontosabb követelmény, hogy azok az imént felsorolt jellegzetességek közül minél többel rendelkezzenek. A 3. számú tulajdonság esetében azonban az említett statisztikai vizsgálódások eredményeinek ellenére továbbra is általánosan elfogadott a profitráta, illetve a kamatláb változatlansága.

1.1.2 A kibocsátás dinamikus értelmezése

A neoklasszikus elvekkel összhangban a dolgozatban szereplő modellek valamennyi változója reálnagyság. Ezek közül különösen fontos szerep jut az előző szakasz 1. pontjában említett egy főre eső kibocsátásnak. Nem teszünk különbséget az egy főre és egységnyi munkára eső kibocsátás fogalma között. Mindkettőt $y = Y/L$ jelöli, ahol Y a kibocsátás, L pedig a munkafelhasználás mértékének a szimbóluma. Ezeket a nagyságokat – csakúgy, mint a később bevezetésre kerülő változók legtöbbjét – az idő folytonos, differenciálható függvényeinek tekintjük. Az idő ily módon történő kezelése esetén rátaelemzésről beszélünk.

A dinamikus közgazdaságtanban elterjedt az idő egy másik fajta kezelése is, amikor azt egyenlő hosszúságú intervallumokra, ún. periódusokra osztják. Ebben az esetben minden változót ellátnak egy indexszel, mely azt mutatja meg, hogy a szóban forgó változó melyik periódusra vonatkozik. Allen (1967) véleménye szerint elsősorban ízlés kérdése, hogy egy modell periódus- vagy rátaelemzést alkalmaz-e, bár szerinte a rátaelemzés gyakran vezet matematikailag könnyebben kezelhető eredményre. Simonovits (1998) mindkét módszer eljárásait ismerteti, és az alkalmazásokra számos példát is ad. A jelen dolgozatban bemutatásra kerülő modellek rátaelemzést alkalmaznak.

Bár az imént bevezetett változók az idő folytonos függvényei, ezt az egyszerűbb írásmód érdekében nem fogom jelölni, tehát pl. $y(t)$ helyett y -t írok. Egy változó idő szerint vett differenciálhányadosát a változó fölé írt ponttal jelölöm, növekedési rátáján pedig a változó idő szerint vett differenciálhányadosának és a változónak a hányadosát értem. Az egységnyi munkára eső kibocsátás növekedési rátája például: $\hat{y} = \dot{y}/y$. A változó fölé írt kalap annak növekedési rátáját jelöli. Hasonló jelöléseket fogok alkalmazni a többi változó esetében is.

1.1.3 Állandó ütemű növekedés

Állandó ütemű vagy egyenletes növekedésről (*steady-state growth*) akkor van szó, ha egy modell valamennyi változója konstans ráta szerint növekszik. E konstans növekedési ráták nem feltétlenül azonosak, és előfordulhat köztük zérus vagy negatív érték is. Ha egy változó – például az egységnyi munkára eső kibocsátás – konstans ráta szerint növekszik, akkor az ennek időbeli alakulását leíró függvény az $\dot{y}/y = m$ elsőrendű differenciálegyenlet megoldása révén nyerhető, ahol m a konstans növekedési ráta.

Rátaelemzést alkalmazó növekedési modellekben gyakran válik szükségessé elsőrendű lineáris differenciálegyenlet megoldása. Ennek során célszerű a Chiang (1984) által ajánlott módszert alkalmazni: Legyen $\dot{y} + uy = w$ elsőrendű, inhomogén differenciálegyenlet, ahol u és w az idő folytonos függvényei, ekkor a megoldás:

$$y = e^{-b}\left(Z + \int we^{b}dt\right), \quad \text{ahol} \quad b = \int udt, \tag{1.1}$$

és Z értéke tetszőleges. Az $\dot{y}/y = m$ differenciálegyenlet esetében $w = 0$ és $u = -m$, így $b = -mt$, és $y = Ze^{mt}$. A Z konstans értéke $t = 0$ helyettesítéssel határozható meg, tehát konstans m növekedési ráta esetén az y változó értékének időbeli alakulását az

$$y = y(0)e^{mt} \tag{1.2}$$

függvény írja le, ahol $y(0)$ az y függvény $t = 0$ időpontban vett helyettesítési értékét jelöli. Az elsőrendű lineáris differenciálegyenlet megoldására szolgáló (1.1) formula természetesen azokban az esetekben is alkalmazható, amikor y, u és w nem az idő, hanem valamely más változó függvényei.

Az állandó ütemű növekedést mutató változó mindenkori értéke az (1.2) egyenlet szerint egyrészt függ a növekedési ráta nagyságától, másrészt az $y(0)$ kezdőértéktől. Mivel $y(0)$ nagyságának megváltozása, az $y(t)$ görbe függőleges irányú elmozdulását eredményezi, azt mondjuk, hogy a kezdőérték az y változó színvonalát határozza meg.

1.1.4 Kiegyensúlyozott növekedés

A kiegyensúlyozott növekedés (*balanced growth*) elterjedt értelmezése szerint ebben a helyzetben valamennyi változó azonos konstans ráta szerint növekszik. Ezt a meghatározást alkalmazza pl. Blanchard és Fischer (1992), és korábbi könyvemben magam is ezt használtam (Bessenyei (1995)). Ma már úgy vélem, hogy a definíció szigorú alkalmazása súlyos nehézségre vezet egy olyan modellben, melyben az egységnyi munkára eső kibocsátás vagy bármilyen más hányados változó is megjelenik. Ugyanis az $y = Y/L$ egyenlet mindkét oldalának természetes logaritmusát véve, majd az idő szerint differenciálva

$$\hat{y} = \hat{Y} - \hat{L} \tag{1.3}$$

adódik, így kiegyensúlyozott növekedésről csak abban az esetben lehetne beszélni, ha mindhárom változó növekedési rátája zérus lenne. Müller és Ströbele (1985) tankönyve már óvatosabban fogalmazva bizonyos változók azonos konstans ráta szerint történő növekedését köti ki anélkül, hogy e változókat konkrétan megnevezné. A dolgozatomban tárgyalásra kerülő modellek esetében alkalmasnak tűnik a következő definíció: kiegyensúlyozott növekedés akkor áll fenn, ha a kibocsátás és a fizikai tőkejavak állománya azonos konstans ráta szerint növekszik.

A továbbiak miatt fontos megjegyezni, hogy az (1.3) összefüggés minden olyan változóra igaz, mely két másik változó hányadosaként áll elő. Ezek szerint tehát egy hányadosváltozó növekedési rátája mindig egyenlő a számláló és nevező növekedési rátáinak különbségével.

A kibocsátás fogyasztásra vagy megtakarításra kerül, azaz $Y = C + S$, ahol C a fogyasztás, S pedig a megtakarítások nagyságát jelöli. Ha feltesszük, hogy a megtakarítások nagysága a kibocsátással egyenesen arányos, az arányossági tényezőt s-sel jelölve az $S = sY$ megtakarítási, illetve a $C = (1 - s)Y$ fogyasztási függvényhez jutunk. $\frac{\partial S}{\partial Y} = \frac{S}{Y} = s$ miatt s megtakarítási határhajlandóság és megtakarítási hányad gyanánt egyaránt értelmezhető. Hasonlóképpen $\frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{C}{Y} = 1 - s$ miatt $1 - s$ éppúgy tekinthető fogyasztási határhajlandóságnak, mint fogyasztási hányadnak. Amennyiben eltekintünk az állam gazdasági szerepvállalásától, zárt gazdaságban a megtakarítások teljes nagysága beruházásra kerül, azaz $I = S$ teljesül. Jóllehet a beruházások és megtakarítások ex-post megegyezése feltétlenül fennáll, nem biztos, hogy ez a helyzet a szándékok szintjén is. Mivel a neoklasszikus szemléletmód nem tesz különbséget szándékolt, azaz ex-ante és ex-post nagyságok között, a továbbiakban általában magától értetődőnek fogjuk tekinteni az $I = S$ egyenlőség teljesülését. Kivételt csupán a 2.5, 3.4 és 3.5. alfejezetek jelentenek.

Az irodalomban gyakori az egyenletes és kiegyensúlyozott növekedés fogalmának szinonim értelemben történő használata. Véleményem szerint ennek oka az, hogy az $I = S$ egyenlőség teljesülése esetén az állandó ütemű növekedésből kiegyensúlyozott növekedés következik. Ennek igazolásához mindenekelőtt a tőkeállomány változását kell felírni:

$$\dot{K} = I - \delta K, \tag{1.4}$$

ahol K a tőkeállomány, a jobb oldalon álló első tag a bruttóberuházások, a második az amortizációs veszteségek nagyságát jelöli. A tőkeállomány idő szerint vett deriváltja pedig a nettóberuházások folyó nagyságaként értelmezhető. Feltesszük, hogy a δ amortizációs ráta nagysága konstans. Az (1.4) egyenletből következik, hogy $I = 0$ esetén $\hat{K} = -\delta$. Az egyenlet egy másik fontos következménye, hogy a tőkeállomány állandó ütemű növekedése esetén $\hat{K} = \hat{I}$ teljesül. Ennek belátásához tegyük fel, hogy $K = K(0)e^{\gamma t}$, majd alakítsuk át az (1.4) egyenletet: $I = \dot{K}+\delta K$. Most $\dot{K} = \gamma K(0)e^{\gamma t}$ miatt $I = (\gamma+\delta)K(0)e^{\gamma t}$, tehát a bruttóberuházások és a tőkeállomány növekedési rátái is azonosak, továbbá $I(0) = (\gamma + \delta)K(0)$. Mivel $I = S$, az eddigiekből $\hat{K} = \hat{I} = \hat{S}$ következik. Konstans megtakarítási hányad esetén pedig $s = \frac{S}{Y}$ miatt az (1.3) egynlet felírásánál követett gondolatmenetet alkalmazva $0 = \hat{S} - \hat{Y}$, amiből $\hat{Y} = \hat{S}$ adódik, és így $\hat{K} = \hat{Y}$, tehát a növekedés kiegyensúlyozott.

Az imént bebizonyított állítás arra is rávilágít, hogy a neoklasszikus gondolati rendszerben, ahol az $I = S$ összefüggés magától értetődő, az állandó ütemű és a kiegyensúlyozott növekedés ekvivalens kategóriák.

A fentihez hasonló meggondolások révén bizonyítható, hogy kiegyensúlyozott növekedés esetén $\hat{C} = \hat{Y}$ is teljesül, ha a megtakarítási hányad konstans.

Hasonló gondolatmenettel mutatható meg, hogy a kiegyensúlyozott növekedésre számos további, a fentivel ekvivalens definíció adható. Példaként elég lesz egy továbbinak a megemlítése: $\hat{c} = \hat{k}$ ahol $c = \frac{C}{L}$ az egységnyi munkára eső fogyasztás, illetve $k = \frac{K}{L}$ az egységnyi munkára eső tőke mennyisége, tehát a tőkeintenzitás.

A növekvő gazdaság Káldor által jellegzetesnek tartott vonásai közül a 4. pontban említett tulajdonság csakis azon a modellekre érvényes, melyekre a gazdaság kiegyensúlyozott növekedése jellemző. Ez indokolja azt a központi szerepet, melyet e koncepció a gazdasági növekedés irodalmában elfoglal.

1.1.5 Teljes foglalkoztatás

A jelen dolgozatban ismertetésre kerülő modellek fölteszik, hogy a gazdaság rendelkezésére álló munka mennyisége n konstans ráta szerint növekszik, továbbá n exogén adottság, így értéke a modellen kívül határozódik meg. E föltevés a malthusi gondolatok egyenes tagadása, ami pl. Ladrón-de-Guevara és szerzőtársai (1999) valamint Kremer és Chen (1999) szerint meglehetősen irreális. Ha a munkakínálat n ráta szerint növekszik, akkor a teljes foglalkoztatás feltétele, hogy a munkakereslet is legalább ilyen ráta szerint növekedjék, tehát $\hat{L} \geq n$ teljesülése. Másrészt a gazdasági növekedés káldori jellegzetességei közül az elsőből következik, hogy létezik olyan m pozitív konstans, melyre $\hat{y} = \hat{Y} - \hat{L} \geq m$ teljesül. A két egyenlőtlenségből

$$\hat{Y} \geq m + n \tag{1.5}$$

adódik, ami a teljes foglalkoztatás szükséges feltétele. Az m konstans az egységnyi munkára eső kibocsátás növekedési rátájának legnagyobb alsó korlátjaként is értelmezhető. Megjegyzem, hogy a teljes foglalkoztatásnak az (1.5) egyenlőtlenség csupán szükséges feltétele. Amennyiben azonban a $t = 0$ időpontban nincs munkanélküliség, a fenti feltétel teljesülése elegendő is ahhoz, hogy később is fennálljon a teljes foglalkoztatás. Ha pedig a $t = 0$ időpontban munkanélküliség jellemzi a gazdaságot, ennek véges időn belül történő megszüntetéséhez $\hat{Y} > m + n$ szükséges és elegendő is.

1.2 Technológia és exogén technikai haladás

A termelés technológiai feltételeinek leírásához a legtöbb modell az $Y = F(K, L, t)$ aggregát termelési függvény többé-kevésbé konkrét formában megadott alakját használja, ahol K továbbra is a tőkeállomány, L a gazdaság rendelkezésére álló munka mennyisége, t pedig az idő. Az általánosan alkalmazott feltevés szerint

$\partial F/\partial t > 0$, ami a technikai haladást reprezentálja. Eszerint a kibocsátás abban az esetben is növekszik, ha a termelésben felhasználásra kerülő tőke és munka mennyisége változatlan.

1.2.1 Az aggregát termelési függvény koncepcionális problémái

Az aggregát termelési függvény és technikai haladás fenti fogalma számos elméleti nehézséget rejt. Ezek közül a gazdasági növekedés szempontjából legfontosabbakat vesszük szemügyre ebben a szakaszban.

1.2.1.1 A termelési tényezők homogenitása

A fent definiált aggregát termelési függvény homogén fizikai tőkejavakat tételez fel, ami irreális. Homogén tőkejavak esetén ugyanis megszűnik a téves beruházási döntések lehetősége, hiszen egyetlen fizikai tőkejószág létezik, így a hibás beruházási döntés nyomán létrejött tőkejavak azonnal és költségmentesen konvertálhatók tetszőleges másfajta tőkejószággá. Figyelembe véve továbbá a technikai haladást, felmerül a kérdés, hogy miként tekinthető egyformának és egyformán termelékenynek egy vadonatúj gép és egy évtizedekkel korábban gyártott. Solow (1960) évjáratmodellje megoldást ad a problémára, amennyiben K nagyságát a korábbi bruttóberuházások súlyozott átlaga gyanánt határozza meg, ahol a súlyok mind a technikai haladás mind pedig az amortizáció hatását számszerűsítik. Ez a modell azonban a tőkeintenzitás rugalmas alkalmazkodását, azaz a képlékeny tőke neoklasszikus fogalmát tételezi fel, mely szerint egy már üzembe helyezett berendezés mellett tetszőleges mennyiségű munka alkalmazható. A képlékeny tőke neoklasszikus koncepciója viszont további elméleti nehézségekre vezet föl, melyeket részletesen elemez pl: Harcourt (1972). A fizikai tőkejavak felhasználásra kerülő mennyiségének a megváltoztatásához szükséges időt figyelembe veszi pl: Taylor (1982) modellje, költségigényét pedig pl: Abel és Blanchard (1983). Hasonlóképpen a felhasználásra kerülő munkamennyiség megváltoztatása is okozhat többletköltséget, a probléma vizsgálata megtalálható pl. Hamermesh (1989) cikkében. E nehézségek ellenére a továbbiakban megmaradunk azon feltevés mellett, mely szerint a tőke- vagy munkamennyiség megváltoztatása önmagában nem jelent költségtöbbletet.

A neoklasszikus tőkefogalom nehézségeit küszöböli ki Káldor és Mirrlees (1962) növekedési modellje, az aggregát tőke fogalmának mellőzésével, Domar (1946) modellje pedig a kibocsátás kereslet oldalú meghatározása során egyáltalán nem támaszkodik a termelési tényezők rendelkezésre álló mennyiségeire.

Az előzőekhez hasonlóan irreális a homogén munka feltevése is. E probléma megoldásának irányába a legfontosabb lépéseket Arrow (1962), majd Romer (1990) cikkei tették.

1.2.1.2 Exogén technikai haladás

A $\frac{\partial F}{\partial t} > 0$ feltevés miatt rejtve maradnak a technikai haladás forrásai. Úgy tűnik, mintha ez a folyamat a gazdaság növekedésétől függetlenül menne végbe, a rendelkezésre álló termelési erőforrások igénybe vétele nélkül. A Harcourt (1972) által részletesen elemzett probléma megoldására vállalkozott Káldor (1957) a technikai haladási függvény bevezetésével. Az aggregát termelési függvény technikai haladási függvénnyel történő helyettesítése elsősorban a neokeynesiánus növekedési modellek körében elterjedt. Ez az irányzat azonban élesen szemben áll a neoklasszikus elmélettel, következtetései pedig pl. Scott (1989) szerint nem térnek el lényegesen a neoklasszikus eredményektől. Úgy vélem, ezért szorultak ki nyolcvanas évek második felétől kezdődően az érdeklődés homlokteréből a technikai haladási függvényt alkalmazó modellek.

1.2.1.3 Harrod-semleges technikai haladás

Állandó ütemű növekedés csakis abban az esetben lehetséges, ha az aggregát termelési függvény $Y = F(K, e^{mt}L)$ alakban írható fel. Ebben az esetben munkakímélő vagy Harrod (1948) nyomán Harrod-semleges technikai haladásról beszélünk. A fenti állítás bizonyítását korábbi könyvemben (Bessenyei (1995)) Hahn és Matthews (1964) nyomán ismertettem. Az ott követett gondolatmenet hátránya, hogy a kamatlábat a tőke, a bérrátát pedig a munka határtermelékenységével tekinti egyenlőnek. Ezzel szemben mellőzi a határtemelékenységi elméletet a Barro és Sala-i-Martin (1995) könyvében adott bizonyítás, viszont eleve feltételezi, hogy az aggregát termelési függvény $Y = F(e^{xt}K, e^{zt}L)$ alakú. E nehézségek ellenére általánosan elfogadott, hogy az állandó ütemű növekedés szükséges feltétele a technikai haladás Harrod-semlegessége. Modellje megalkotása során a legtöbb szerző fel is teszi, hogy a technikai haladás ilyen. Ennek létjogosultságát azonban mindmáig nem sikerült megnyugtatóan igazolni, és többben hevesen vitatják. A vita alapos összefoglalását adja Scott (1989).

1.2.2 Lineárisan homogén termelési függvények

Az előző szakaszban felsorolt nehézségek ellenére a legtöbb modell az aggregát termelési függvény $Y = F(K, e^{mt}L)$ alakú felírásából indul ki, azaz felteszi a technikai haladás Harrod-semlegességét. Az

$$\bar{L} = e^{mt}L \tag{1.6}$$

változót szokás a munka hatékonysági egységben mért mennyiségének vagy röviden hatékony munkának is nevezni.

A növekedési modellek körében általánosan elterjedt a lineárisan homogén aggregát termelési függvények alkalmazása. Véleményem szerint ennek oka elsősorban az, hogy kiegyensúlyozott növekedés csakis ilyen termelési függvény esetén lehetséges. E kijelentés igazolásához legyen a $t = 0$ időpontban:

$$Y(0) = F\left(K(0), \bar{L}(0)\right),$$

és indirekt módon tegyük fel, hogy F homogén $r \neq 1$ fokban. Ekkor a fenti egyenlet mindkét oldalát $e^{\gamma t}$-vel szorozva:

$$Y = Y(0)e^{\gamma t} = e^{\gamma t}F\left(K(0), \bar{L}(0)\right) = F\left(e^{\frac{\gamma}{r}t}K(0), e^{\frac{\gamma}{r}t}\bar{L}(0)\right),$$

ahol γ a kibocsátás konstans növekedési rátája. Ezzel szemben a termelésben felhasználásra kerülő fizikai tőkejavak állományának és a hatékony munkának a növekedési rátája: $\frac{\gamma}{r} \neq \gamma$, tehát nem beszélhetünk kiegyensúlyozott növekedésről.

Az $F(K, \bar{L})$ aggregát termelési függvény lineáris homogenitása ezek szerint szükséges az 1.1.1.4. pontban említett feltétel teljesüléséhez, a kiegyensúlyozott növekedéshez. Ez az oka annak, hogy a továbbiakban bemutatásra kerülő modellekben lineárisan homogén termelési függvények szerepelnek.

Bevezetve az $\bar{y} = Y/\bar{L}$ és $\bar{k} = K/\bar{L}$ jelöléseket, az aggregát termelési függvény az alábbi, úgynevezett intenzív formában írható fel:

$$\bar{y} = f(\bar{k}), \tag{1.7}$$

ahol $\bar{y}$ az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás, $\bar{k}$ pedig az egységnyi hatékony munkára eső tőke nagysága. Utóbbit gyakran fogjuk hatékony tőkeintenzitásnak nevezni. E változók bevezetése nem csupán azért célszerű, mert lehetővé teszik az (1.7) egyenletben alkalmazott egyszerű felírást, hanem azért is, mert – mint azt majd később láthatjuk – egyensúlyi növekedési rátájuk általában zérus. Fontos hangsúlyozni, hogy az $Y = F(K, \bar{L})$ termelési függvény csakis abban az esetben írható át az (1.7) alatti intenzív formára, ha az K-ban és $\bar{L}$-ban lineárisan homogén. A tőke, a munka és a hatékony munka határtermelékenysége az intenzív termelési függvény felhasználásával az alábbiak szerint fejezhető ki:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = f'(\bar{k}) \quad \frac{\partial Y}{\partial L} = \left[f(\bar{k}) - \bar{k}f'(\bar{k})\right] e^{mt} \quad \frac{\partial Y}{\partial \bar{L}} = f(\bar{k}) - \bar{k}f'(\bar{k}). \tag{1.8}$$

A neoklasszikus iskola jövedelemelosztási elméletében e határtermelékenységek központi szerepet játszanak. Legyen egységnyi fizikai tőkejószág bérleti díja R, az amortizációs ráta pedig $\delta \geq 0$. Ekkor egységnyi tőke hozadéka: $R - \delta$, és tökéletes tőkepiacon: $r = R - \delta$ teljesül. A profit nagysága pedig egy adott időpontban:

$$T\Pi = F(K, \bar{L}) - (r + \delta)K - wL,$$

ahol w a bérrátát jelöli.

Továbbra is feltesszük a fizikai tőkejavak képlékenységét, tehát azt, hogy a tőkeintenzitás és így a hatékony tőkeintenzitás is azonnal és költségmentesen megváltoztatható. Ekkor az iménti profitfüggvényünk a következő alakban is felírható:

$$T\Pi = \bar{L}\left[f(\bar{k}) - (r+\delta)\bar{k} - we^{-mt}\right]. \quad (1.9)$$

Exogén adottság a vállalatok számára: r, w és $\bar{L}$, döntési változó K, és így $\bar{k}$ is. A maximális profit elérésének elsőrendű feltétele:

$$r = f'(\bar{k}) - \delta. \quad (1.10)$$

Az (1.7) intenzív termelési függvény kapcsán szóba került, hogy az egyensúlyi növekedési pályán $\dot{\bar{k}} = 0$. Amennyiben δ értéke is változatlan, az (1.10) egyenletből következik, hogy az egyensúlyi növekedési pályán a kamatláb nagysága konstans. Ha tehát az 1.1.1. szakaszban mondottaknak megfelelően fenn kívánnánk tartani a kamatláb csökkenő tendenciájának feltevését, ehhez az egyensúlyi növekedési pályán az amortizációs ráta növekedésének kikötése lenne szükséges. Bár a $\dot{\delta} > 0$ feltevés meglehetősen reálisnak tűnik, a továbbiakban megmaradok a konstans amortizációs ráta hipotézise mellett.

Mivel az $Y = F(K, \bar{L})$ aggregát termelési függvény lineárisan homogén, az Euler tételből következően a vállalatoknál képződő profit nagysága zérus (lásd pl. Kopányi (1993)), így az (1.9) egyenletből $w = e^{mt}[f(\bar{k}) - (r+\delta)\bar{k}]$ adódik. Figyelembe véve az (1.10) optimumkritériumot, egységnyi munka bére:

$$w = \left[f(\bar{k}) - \bar{k}f'(\bar{k})\right] e^{mt}. \quad (1.11)$$

Az (1.11) összefüggéshez egyébként az (1.9) egyenlet w szerinti differenciálása révén is eljuthatunk. Az (1.10) és (1.11) egyenletek a jövedelemelosztás határtermelékenységi elméletének eredményei. Mátyás (1999b) könyvéből ismert, hogy ez az elmélet igen sok bírálatot kapott, a neoklasszikus tárgyalásmód mégis szükségessé teszi alkalmazását.

A későbbi fejezetekben gyakran történik hivatkozás az egységnyi tőkére eső kibocsátás nagyságára, a tőke átlagtermelékenységére. Az intenzív termelési függvény felhasználásával ez a következő alakban írható fel:

$$\frac{Y}{K} = \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}}. \quad (1.12)$$

Egy lineárisan homogén termelési függvényből levezethető intenzív termelési függvény látható az 1. 1. ábrán. A függvény számos fontos tulajdonsággal rendelkezik, ezek az alábbiak:

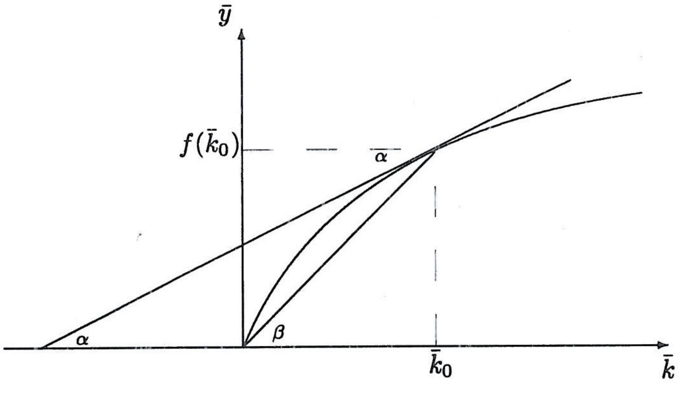
1. A görbéhez húzható érintő meredeksége a tőke határtermelékenységével egyenlő: $f'(\bar{k}) = \tan\alpha$.

2. A görbe egy adott pontjából az origóba húzott egyenes meredeksége a tőke átlagtemelékenységével egyenlő: $\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = \tan\beta$.

3. Az érintő függőleges tengelymetszetének origótól mért távolsága a hatékony munka határtermelékenységével egyenlő. Az állítás igazolásához jelölje az $f(\bar{k}_0)$ ponthoz húzott érintő függőleges tengelymetszetét x, ekkor $\tan\alpha = f'(\bar{k}_0) = \frac{f(\bar{k}_0)-x}{\bar{k}_0}$, amiből: $x = f(\bar{k}_0) - \bar{k}_0 f'(\bar{k}_0)$, s ez utóbbi az (1.8) összefüggés szerint éppen a hatékony munka határtermelékenysége, az egységnyi hatékony munkára eső tőke $\bar{k}_0$ nagysága esetén. Mivel az 1. 1. ábra szerint a függvénygörbéhez húzható érintő mindig az origó fölött metszi a függőleges tengelyt, a munka határtermelékenysége $\bar{k}$ valamennyi értéke esetén nagyobb nullánál.

4. Az érintő vízszintes tengelymetszetének origótól mért távolsága a hatékony munka határtermelékenységének és a tőke határtermelékenységének a hányadosát, tehát a technikai helyettesítés határrátáját adja meg. Ennek bizonyításához jelölje most x az $f(\bar{k}_0)$ ponthoz húzott érintő vízszintes tengelymetszetét, ekkor $\tan\alpha = f'(\bar{k}_0) = \frac{f(\bar{k}_0)}{\bar{k}_0+x}$, amiből $x = \frac{f(\bar{k}_0)}{f'(\bar{k}_0)} - \bar{k}_0 = \frac{f(\bar{k}_0)-\bar{k}_0 f'(\bar{k}_0)}{f'(\bar{k}_0)}$, és a számlálóban a hatékony munka, a nevezőben pedig a tőke határtermelékenysége szerepel $\bar{k} = \bar{k}_0$ esetén.

Az (1.10) és (1.11) egyenletek szerint a fenti megállapítások a 2. pont kivételével további fontos tartalommal bírnak. Eszerint a görbéhez húzható érintő meredeksége a kamatláb nagyságát, függőleges tengelymetszete pedig a hatékony munka határtermelékenységét határozza meg. Az érintő vízszintes tengelymetszete a technikai helyettesítés határrátáját fejezi ki.



1.1. ábra JÓL VISELKEDŐ INTENZÍV TERMELÉSI FÜGGVÉNY

1.2.3 Néhány gyakrabban használt termelési függvény

Ebben a szakaszban néhány olyan speciális termelési függvény-típust mutatok be, melyek a további fejezetekben fontos szerepet játszanak. Az előző szakaszban láttuk, hogy kiegyensúlyozott növekedés csakis abban az esetben lehetséges, ha az aggregát termelési függvény lineárisan homogén, ezért ebben a szakaszban ilyen függvények szerepelnek.

1.2.3.1 Jól viselkedő termelési függvények

Az egyensúlyi növekedési pálya egzisztenciájának, unicitásának és stabilitásának biztosítása érdekében gyakran alkalmazott feltevés, hogy az (1.7) függvény jól viselkedő, azaz teljesülnek az Inada (1963) cikkében adott feltételek. Ezek az alábbiak:

$$\begin{aligned}
f'(\bar{k}) &> 0 && (a)\\
f''(\bar{k}) &< 0 && (b)\\
\lim_{\bar{k}\to\infty} f'(\bar{k}) &= 0 && (c)\\
\lim_{\bar{k}\to 0} f'(\bar{k}) &= \infty && (d)\\
f(0) &= 0 && (e)\\
f(\infty) &= \infty && (f)
\end{aligned} \tag{1.13}$$

A későbbiekben gyakran előfordul majd a $\lim_{t\to\infty} \bar{k} = 0$ eset. Ekkor az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás nagysága is nullához tart. Ez a helyzet pl.

$\hat{\bar{k}} = -m$ esetén. Ekkor $\hat{k} = \hat{y} = 0$, és az egységnyi munkára eső kibocsátás konstans. $\hat{\bar{k}} < -m$ esetén azonban $\hat{k}, \hat{y} < 0$. Ez a jelenség a termelőapparátus, illetve a gazdaság összeomlásaként értelmezhető.

Ha elfogadjuk a gazdasági növekedés 1.1.1.3. pontban említett káldori jellegzetességével szemben Barro és Sala-i-Martin (1995) 1.1.1. szakaszban említett álláspontját, mely szerint a profitráta csökken, akkor jól viselkedő termelési függvény esetén $\bar{k}$ értékének növekednie kell. Ekkor az imént felsorolt tulajdonságokból az következik, hogy a tőke határ- és átlagtermelékenysége csökken, a bérráta pedig az exogén technikai haladás rátájánál gyorsabban növekszik.

A fenti feltételeket kielégíti pl. a lineárisan homogén Cobb-Douglas típusú termelési függvény, mely szerint: $Y = AK^{\alpha}\bar{L}^{1-\alpha}$, ahol $A > 0$ technológiai paraméter, $0 < \alpha < 1$ a tőke, $1 - \alpha$ pedig a munka parciális termelési rugalmassága. Ekkor az intenzív termelési függvény: $\bar{y} = A\bar{k}^{\alpha}$.

1.2.3.2 *AK* termelési függvény

Tekintsük az előző alfejezetben említett $Y = AK^{\alpha}\bar{L}^{1-\alpha}$ Cobb-Douglas típusú aggregát termelési függvényt $\alpha = 1$ paraméterérték mellett. Ekkor az $Y = AK$ formulához jutunk, mely Antinolfi és szerzőtársai (2001) szerint rendkívüli egyszerűsége ellenére is fontos helyet foglal el a gazdasági növekedés irodalmában. Ennek oka minden bizonnyal a makroökonómia fejlődésének az a fontos állomása, melyre Mátyás (1991) hívja fel a figyelmet, s mely a stockhatások hosszú távon érvényes dominanciájának felismerését jelenti. E stockhatások legkézenfekvőbb megjelenési formája ugyanis a tőkeállomány változása. Az (1.7) szerinti intenzív termelési függvény most a következő: $f(\bar{k}) = A\bar{k}$, a határ- és átlagtermelékenységi függvények pedig: $f'(\bar{k}) = \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = A$. A függvény egyik legfontosabb tulajdonsága, hogy a tőkére nem érvényes a csökkenő hozadék elve, ami nyilvánvalóan irreális feltevés, ha K a fizikai tőkejavakat jelöli. Amennyiben azonban a tőke fogalmát tágan értelmezzük, és a humántőkét is ideértjük, valóban nem feltétlenül érvényes a csökkenő hozadék elve. Az $Y = AK$ termelési függvénnyel szemben támasztható leglényegesebb kifogás az, hogy a munka határtermelékenysége zéró. Barro és Sala-i-Martin könyve (1995) e problémát olymódon oldja meg, hogy munkán a képzetlen munkát érti. Így a nyers munkára vonatkozó bérráta ugyan nulla, a képzett munka díjazása viszont az abban megtestesülő emberi tőke alapján, a tőkejövedelmekre vonatkozó díjazás szerint történik. Véleményem szerint az AK termelési függvénynek éppenséggel előnye, hogy szinte kínálja a határtermelékenység jövedelemelosztási elméletének a mellőzését. Ebben az esetben a nyers munka díjazására többféle magyarázat is lehetséges:

1. Mivel a nyers munka határtermelékenysége igen alacsony, azt nem határtermékértéken, hanem a törvény által rögzített minimálbéren díjazzák.

2. Amennyiben akár a termék-, akár a tőkepiacon nem tökéletes a verseny, a vállalatok akkor érnek el maximális profitot, ha a reálkamatláb kisebb, mint a tőke határtermelékenysége. Ekkor a tőke monopolista, illetve monopszonista kizsákmányolása éppúgy értelmezhető, mint azt a munka esetében Kopányi (1993) teszi. A nyers munka díjazásának forrását ebben az esetben a tőke határtermékértékénél alacsonyabb nominális kamatláb teremti meg.

3. Lehet, hogy a jövedelemelosztás magyarázatára a határtermelékenységi elméletnél alkalmasabb Káldor (1956) alternatív jövedelemelosztási elmélete.

4. Ha a vállalat nem kénytelen fölvett hiteleit teljes mértékben és határidőre visszafizetni, tehát költségvetési korlátja a Kornai (1997) által definiált értelemben puha, akkor a felhasznált tőke állománya oly mértékben megnő, hogy határtermelékenysége a reálkamatláb névleges szintje alá csökken. Ebben az esetben a vállalat által felvett hitelek reálkamatlába valójában negatív, miközben a tőke határtermelékenysége pozitív is lehet. Ez a különbség is lehetőséget biztosíthat a nyers munka díjazására.

Jóllehet a fenti megoldások bizonyos szempontból a határtermelékenység jövedelemelosztási elméletének meghaladása vagy legalábbis megkerülése gyanánt foghatók fel, annak érdekében, hogy a további elemzések lehetőség szerint a neoklasszikus keretek között maradjanak, igyekezni fogok, ahol csak lehetséges, a termelési tényezők díjazását azok határtermelékenységével magyarázni.

1.2.3.3 CES termelési függvény

Az 1.2.3.1. pontban példaként említett Cobb-Douglas típusú termelési függvénnyel szemben megfogalmazott egyik legalapvetőbb kifogás, hogy a helyettesítés rugalmassága egységnyi. Az ezzel kapcsolatos nézeteket ismerteti Mátyás (1999b). Másrészt a postkeynesi növekedési modellek mai interpretációiban központi szerepet játszó Leontief típusú termelési függvény a CES formula speciális eseteként is felfogható. Mindezek miatt célszerű vizsgálódásainkat olyan termelési függvényekre is kiterjeszteni, ahol a helyettesítés konstans rugalmassága egységnyitől eltérő. A CES típusú aggregát termelési függvény a következő:

$$Y = F(K, \bar{L}) = A\left(a(bK)^{\psi} + (1-a)\left[(1-b)\bar{L}\right]^{\psi}\right)^{\frac{1}{\psi}}, \qquad (1.14)$$

ahol A, a és b technológiai paraméterek, melyekre: $A > 0$, és $0 < a, b < 1$, továbbá $\psi < 1$ az úgynevezett helyettesítési paraméter. A függvény számos érdekes tulajdonsággal rendelkezik, felsorolásuk bizonyítással együtt megtalálható Varian (1992) könyvében. Ezek közül most kettőnek a megemlítése szükséges:

1. A helyettesítés rugalmassága konstans (innen ered a rövidítés: *constant elasticity of substitution*), és a következő: $\sigma = \frac{1}{1-\psi}$.
2. $\psi \to 0$ esetén a CES függvény a Cobb-Douglas formát közelíti, amikor is a helyettesítés rugalmassága egységnyi.

A CES függvény intenzív formája: $\bar{y} = f(\bar{k}) = A\left(a(b\bar{k})^{\psi} + (1-a)(1-b)^{\psi}\right)^{\frac{1}{\psi}}$.
A tőke határtermelékenysége: $f'(\bar{k}) = Aab^{\psi}\left(ab^{\psi} + (1-a)(1-b)^{\psi}\bar{k}^{-\psi}\right)^{\frac{1-\psi}{\psi}}$.
A tőke átlagtermelékenysége pedig: $\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = A\left(ab^{\psi} + (1-a)(1-b)^{\psi}\bar{k}^{-\psi}\right)^{\frac{1}{\psi}}$.

1.2.3.4 Leontief típusú termelési függvény

Tekintsük most azt az esetet, amikor az (1.14) képletben $\psi \to -\infty$. A helyettesítés rugalmassága ekkor zéró, és a függvény az alábbi formát ölti:

$$Y = \min\left(\frac{K}{v}, \frac{\bar{L}}{u}\right), \tag{1.15}$$

ahol a v tőkekoefficiens a tőke konstans átlagtermelékenységének a reciproka, az u munkakoefficiens pedig a munka konstans átlagtermelékenységének a reciproka. Annak bizonyítása, hogy $\sigma = 0$, megtalálható pl. Varian (1992) könyvében, ott azonban nyitva marad az a kérdés, hogy milyen összefüggés mutatható ki az u, v tényezőkoefficiensek valamint az (1.14) képlettel definiált CES termelési függvény paraméterei között. A probléma tisztázásához határozzuk meg e formula alapján az egyes termelési tényezők határtermelékenységét:

$$MP_K = \tfrac{\partial Y}{\partial K} = A\left(a(bK)^{\psi} + (1-a)\left[(1-b)\bar{L}\right]^{\psi}\right)^{\frac{1-\psi}{\psi}} \psi a b^{\psi} K^{\psi-1}$$

$$MP_L = \tfrac{\partial Y}{\partial \bar{L}} = A\left(a(bK)^{\psi} + (1-a)\left[(1-b)\bar{L}\right]^{\psi}\right)^{\frac{1-\psi}{\psi}} \psi(1-a)(1-b)^{\psi}\bar{L}^{\psi-1}$$

A mikroökonómiából ismert (pl: Kopányi (1993)), hogy a termelési tényezők optimális felhasználása esetén $\frac{MP_K}{P_K} = \frac{MP_L}{P_L}$ teljesül. Behelyettesítve a határtermelékenységekre az imént nyert kifejezéseket, majd elvégezve a lehetséges egyszerűsítéseket, az alábbi egyenletet kapjuk:

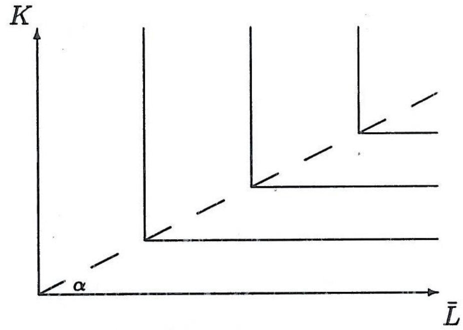
$$\frac{ab^{\psi}K^{\psi-1}}{P_K} = \frac{(1-a)(1-b)^{\psi}\bar{L}^{\psi-1}}{P_{\bar{L}}}.$$

Mindkét oldalt az $\frac{1}{\psi-1}$ hatványkitevőre emelve:

$$\frac{a^{\frac{1}{\psi-1}} b^{\frac{\psi}{\psi-1}} K}{(P_K)^{\frac{1}{\psi-1}}} = \frac{(1-a)^{\frac{1}{\psi-1}}(1-b)^{\frac{\psi}{\psi-1}}\bar{L}}{(P_{\bar{L}})^{\frac{1}{\psi-1}}}.$$

Figyelembe véve, hogy $\lim\limits_{\psi\to-\infty} \frac{1}{\psi-1} = 0$, továbbá $\lim\limits_{\psi\to-\infty} \frac{\psi}{\psi-1} = 1$, az optimális tényezőfelhasználás feltétele: $bK = (1-b)\bar{L}$. Egybevetve ezt az (1.15) termelési függvényből adódó $uK = v\bar{L}$ optimumkritériummal, rögtön látszik, hogy $u = b$ és $v = (1-b)$.

Az így specifikált termelési függvények elnevezése Leontief (1941) munkájához kapcsolódik. A függvény izokvantjait az 1.2. ábra mutatja be. Szaggatott vonal jelöli az expanziós görbét, amelyen az optimális tényezőfelhasználás kritériuma teljesül. Ennek meredeksége: $\tan\alpha = \frac{v}{u}$.



1.2. ábra Az (1.15) TERMELÉSI FÜGGVÉNY NÉHÁNY IZOKVANTJA

Mivel az (1.15) termelési függvény lineárisan homogén, az alábbi intenzív formában is felírható:

$$\bar{y} = f(\bar{k}) = \min\left(\frac{\bar{k}}{v}, \frac{1}{u}\right) = \begin{cases} \frac{1}{v}\bar{k} & \text{ha } \bar{k} \leq \frac{v}{u} \\ \frac{1}{u} & \text{különben.} \end{cases} \tag{1.16}$$

Ezek szerint most az (a) és (b) Inada-feltételekben az egyenlőtlenség mellett egyenlőség is megengedett, továbbra is teljesül a (c) és (e) feltétel, a (d) és (f) azonban nem.

1.3 Optimális szabályozáselmélet

A gazdasági növekedés irodalmát az elmúlt másfél évtizedben az optimális szabályozáselmélet eredményeinek intenzív felhasználása jellemzi. E módszert alkalmazza pl. Romer (1990) gyakran hivatkozott cikkében, de Blanchard és Fischer (1992) könyve is támaszkodik rá. Az optimális szabályozáselmélet alkalmazása mögött az a feltevés húzódik meg, hogy létezik a gazdaságnak legalább egy olyan szegmense, melyben az aktorok racionális döntéseket hoznak, és e döntéseiket különböző időpontokra vonatkozó változók értékei befolyásolják. Arról a jelenségről, hogy napjaink irodalmában a módszer központi szerephez jutott, megszívlelendő gondolatokat ad közre Simonovits (1996) és (1998). Az ott leírtakat csupán két megjegyzéssel szeretném kiegészíteni. Egyrészt a gazdasági növekedés postkeynesi, neoklasszikus illetve neokeynesista modelljei közül a legjelentősebbek nem támaszkodnak az optimális szabályozáselmélet eredményeire. Másrészt az eltérő időpontokra vonatkozó nagyságok alapján történő optimalizálás beépítése egy modellbe nem feltétlenül teszi szükségessé a módszer alkalmazását. Példa erre Harrod (1939), (1948) vagy Káldor (1957) modellje. Mindazonáltal dolgozatom negyedik és ötödik fejezetében felhasználom ezt a módszert.

Magyar nyelven Simonovits (1998) ismerteti a követendő eljárást. Ennél könnyeb Chiang (1992) tankönyve. Ez utóbbira támaszodik ez az alfejezet, mely az optimális szabályozáselmélet problémáját és a megoldás módszerét csak olyan mélységben mutatja be, amilyet a dolgozat 4. és 5. fejezetei szükségessé tesznek.

Az optimális szabályozáselmélet legegyszerűbb problémája a következő:

$$\begin{gathered} V[y,u] = \int_0^T F(t,y,u)dt \longrightarrow \max \\ \text{feltéve, hogy} \\ \dot{y} = f(y,u) \quad \text{valamint} \quad y(0) = A, \end{gathered} \tag{1.17}$$

ahol y és u az idő függvényei, tehát V funkcionál, azaz egy olyan valós értékű függvény, melynek független változói az y és u függvények. Feltesszük, hogy az F és f függvények valamennyi változójuk szerint differenciálhatók. Az előző alfejezetekkel ellentétben most y az idő tetszőleges függvénye lehet, tehát nem feltétlenül az egységnyi munkára eső kibocsátás nagyságát jelöli. V értéke nem y és u egy adott t időpontbeli értékétől függ, hanem y és u valamennyi olyan értékétől, melyet e függvények a 0 és T időpont között felvehetnek. V nem is értelmezhető egy időpontra, csak a $(0,T)$ időintervallumon. $T = \infty$ megengedett. Az $\dot{y} = f(y,u)$ egyenletet a feladat mozgásegyenletének szokás nevezni. Ezen egyenlet szerint y megváltozása annak aktuális értékétől, valamint u aktuális nagyságától függ. Mivel az u változóra hasonló megkötés nem érvényes, azt a modell döntési vagy irányítási változójának nevezzük, míg y-t állapotváltozónak. Az A konstans az állapotváltozó $t = 0$ időpontra vonatkozó nagyságát adja meg. A módszer kiterjeszthető több állapot- és irányítási változó esetére is.

A feladat megoldásához az alábbi, úgynevezett Hamilton-függvényt írjuk fel:

$$H(t, y, u) = F(t, y, u) + \lambda f(y, u),$$

ahol λ is az idő függvénye. Az optimum létezésének elsőrendű feltételei az alábbiak:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad \text{valamint} \quad \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial y}. \tag{1.18}$$

A fenti, úgyenvezett kanonikus egyenletek mellett az elsőrendű feltételekhez tartozik egy olyan egyenlet, mely a rendszer optimális végállapotát határozza meg. E transzverzalitási feltétel többféle módon felírható. Barro és Sala-i-Martin (1995) könyve véges időhorizont esetére a

$$\lambda(T)y(T) = 0 \tag{1.19}$$

feltételt ajánlja. Végtelen időhorizont esetére, ha a következő átalakítás lehetséges: $F(t, y, u) = e^{-\rho t}G(t, y, u)$, a

$$\lim_{t \to \infty} \lambda y = 0 \tag{1.20}$$

feltételt. Ebben az esetben jelenérték-feladatról beszélünk, $\rho > 0$ pedig a diszkontráta. Ha a probléma nem jelenérték-feladat, és végtelen időhorizontról van szó, a

$$\lim_{t \to \infty} H = 0 \tag{1.21}$$

feltétel alkalmazása javasolt. Számos további speciális problémához vezet le transzverzalitási feltételt Chiang (1992) könyve.

A kanonikus egyenletek és a transzverzalitási feltétel teljesülése az (1.17) feladatban szükséges a megoldás optimalitásához. Mangasarian (1966) eredményeiből következik, hogy ezek elegendő feltételek is, ha a H Hamilton-függvény az y és u változókban konkáv. Az elegendőség ennél nehezebben kezelhető, de általánosabb feltételét adta Arrow és Kurz (1970).

Az (1.18) kanonikus egyenletek és az $\dot{y} = f(y, u)$ mozgásegyenlet felhasználásával általában levezethető egy olyan differenciálegyenlet-rendszer, mely sem a λ változót, sem pedig annak idő szerint vett deriváltját nem tartalmazza:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= g(y, u) \\ \dot{u} &= h(y, u) \end{aligned} . \tag{1.22}$$

Megjegyzem, hogy az (1.22) egyenletrendszer felírásához nem feltétlenül szükséges egy optimális szabályozáselméleti problémából kiindulni. Egy ilyen, optimalizálás nélküli modell található pl. Mellár (1997) tankönyvében vagy e dolgozat 3.5. alfejezetében. A következő fejezetben pedig a fenti egyenletrendszer egyváltozós esete fordul többször elő anélkül, hogy azt az optimális szabályozáselmélet módszerével nyernénk.

1.4 Dinamikus rendszerek

Az (1.22) elsőrendű differenciálegyenlet-rendszert kétváltozós dinamikus rendszernek is szokás nevezni. Mivel a jobb oldalon álló függvények értelmezési tartományát a koordinátasík pontjai alkotják, síkbeli rendszerről is beszélhetünk. E rendszereknek az alábbiakban részletezésre kerülő tulajdonságai általában minden nehézség nélkül alkalmazhatók az $\dot{y} = g(y)$ egyváltozós dinamikus rendszerre. Ahol nem ez a helyzet, azt a továbbiakban jelezni fogom. Megjegyzendő, hogy a jelen alfejezet megállapításai többváltozós rendszerekre is igazak lásd: Simonovits (1998) vagy Zhang (1990a).

Az (1.22) differenciálegyenlet-rendszert kielégítő (y, u) függvényeket pályagörbéknek, pályáknak vagy trajektóriáknak hívják. Egyváltozós esetben az $\dot{y} = g(y)$ differenciálegyenlet megoldását az y változó növekedési pályájának nevezzük akkor is, ha $\forall t: \dot{y} \leq 0$. Előfordulhat tehát az is, hogy valamely növekedési pálya mentén a kibocsátás csökken vagy változatlan.

1.4.1 Egyensúly

Akkor mondjuk, hogy az (1.22) dinamikus rendszer egyensúlyban van, ha az y és u változók értéke konstans. Azon (y, u) értékpárt, melyre a rendszer egyensúlyban van, egyensúlyi pontnak nevezzük. Ez a mechanisztikus definíció jól illeszkedik a neoklasszikus közgazdaságtan szellemiségébe, a közgazdasági alkalmazások tágabb körében azonban nem feltétlenül kielégítő. A problémát a 2.5. alfejezetben érintem. Síkbeli rendszerek esetén általában $\hat{y} = \hat{u}$ a kiegyensúlyozott növekedés feltétele. Lineáris rendszerek egyensúlyi helyzetének meghatározása, tulajdonságainak vizsgálata során hatékonyan alkalmazhatók a lineáris algebra egyszerű módszerei. Tekintsük az

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} + \mathbf{b} \tag{1.23}$$

lineáris rendszert, ahol síkbeli rendszer esetén $\mathbf{A}$ valós négyzetes mátrix, egyváltozós rendszer esetén pedig egyelemű mátrix. Az egyensúlyi helyzet meghatározása most egy lineáris egyenletrendszer megoldása révén lehetséges. A lineáris algebrából ismert (pl: Kuros (1975)), hogy ha az $\mathbf{A}$ mátrix determinánsa nem zéró, akkor az (1.23) egyenletrendszer megoldható, tehát az egyensúlyi helyzet egzisztenciája biztosított. Ha a rendszer homogén, tehát $\mathbf{b}$ zérusvektor, és az $\mathbf{A}$ mátrix determinánsa zérótól különbözik, akkor a homogén lineáris egyenletrendszernek csak a triviális megoldása létezik. Az $y = 0$, $u = 0$ triviális megoldás közgazdasági tartalma azonban esetenként problematikus lehet. Ha pedig a homogén lineáris rendszer mátrixának determinánsa zéró, akkor végtelen sok megoldás van, ami azt jelenti, hogy végtelen sok egyensúlyi helyzet létezik.

Látni fogjuk (pl. a 4.4. alfejezetben), hogy amennyiben a rendszer nincs egyensúlyban, ez nem jelenti azt, hogy $\hat{y} = \hat{u}$ ne teljesülhetne, azaz ne létezhetne a modellben kiegyensúlyozott növekedés. A nem egyensúlyi növekedési pályák tetszőleges számú változó esetén történő meghatározását részletesen ismerteti Woods (1978) könyve, melyben több közgazdasági alkalmazás is található.

Nem-lineáris rendszernek is létezhet egy vagy több egyensúlyi pontja. Ezek a

$$0 = g(y,u)$$
$$0 = h(y,u)$$

egyenletrendszer megoldásaként adódnak.

1.4.2 Stabilitás

Az előző szakaszban mondottakból következik, hogy amennyiben az (1.22) dinamikus rendszer nincs egyensúlyi állapotban, akkor $t_1 < t_2$ esetén lehetséges, hogy $y(t_1) \neq y(t_2)$ és $u(t_1) \neq u(t_2)$. Ez azt jelenti, hogy a t_1 és t_2 időpontok között a rendszer állapota megváltozhat. Az állapotváltozást legcélszerűbb a következőképpen számszerűsíteni: $d(t_1,t_2) = \sqrt{[y(t_2)-y(t_1)]^2 + [u(t_2)-u(t_1)]^2}$, egyváltozós rendszer esetében pedig $d(t_1,t_2) = |y(t_2) - y(t_1)|$. A $d(t_1,t_2)$ nagyság azt fejezi ki, hogy a t_2 időpontban milyen távolra került a rendszer a t_1 időpontbeli helyzetétől. Ezeket a távolságokat Szidarovszky és Bahill (1992) p-normáknak nevezik, síkbeli rendszerekre $p = 2$, egyváltozós esetben pedig $p = 1$. Mélyebb topológiai bevezetést ad Rudin (1978).

Jelölje (y^*, u^*) az (1.22) rendszer valamely egyensúlyi állapotát, $\delta(t)$ pedig az ezen egyensúlyi állapottól való távolságot a t időpontban, azaz $\delta(t) = \sqrt{[y(t)-y^*]^2 + [u(t)-u^*]^2}$, egyváltozós esetben pedig: $\delta(t) = |y(t) - y^*|$.

Az (y^*, u^*) egyensúlyi pontot Ljapunov-stabilnak nevezzük, ha létezik olyan $\epsilon > 0$ szám, melyre bármely $\delta(0) < \epsilon$ esetén $\forall t > 0 : \delta(t) < \epsilon$. Lokális aszimptotikus stabilitásról beszélünk, ha $\exists \epsilon > 0 : \delta(0) < \epsilon \Rightarrow \lim_{t\to\infty} \delta(t) = 0$. Globális stabilitás akkor áll fenn, ha $\dot{y}(0) \neq 0$ vagy $\dot{u}(0) \neq 0$ teljesülése $\lim_{t\to\infty} \delta(t) = 0$ fennállását is maga után vonja. Az (y^*, u^*) egyensúlyi pontot Ljapunov-értelemben instabilnak nevezzük, ha nem Ljapunov stabil. Aszimptotikus instabilitásról akkor beszélünk, ha az aszimptotikus stabilitás nem teljesül.

Simonovits (1998) felhívja a figyelmet, hogy a stabilitás fent bevezetett fogalmait az irodalom nem mindig azonos értelemben használja. Szidarovszky és Bahill (1992) például az imént definiált Ljapunov-stabilitás fennállása esetén egyszerűen stabilitásról beszélnek. A következő fejezetekben legtöbbet a lokális aszimptotikus stabilitás kérdésével foglalkozom, amit röviden stabilitásnak fogok nevezni. Ennek megfelelően a továbbiakban instabilitáson a lokális aszimptotikus instabilitást értem.

1.4.2.1 Lineáris rendszerek stabilitása

Az (1.23) rendszer egyensúlyi pontjának stabilitásáról Simonovits (1998) nyomán az alábbiakat mondhatjuk: A rendszer akkor és csakis akkor stabil, ha az együtthatómátrix valamennyi sajátértékének valós része nullánál kisebb. Az instabilitás egy speciális esete a nyeregpont-stabilitás, ami azt jelenti, hogy az egyensúlyából kitérített rendszer bizonyos pontokból egyensúlyi helyzetébe visszatér, más pontokból azonban nem. Nyeregpont stabilitás akkor jelentkezik, ha az együtthatómátrix sajátértékei közül az egyiknek a valós része negatív, a másiké pedig pozitív.

1.4.2.2 Nem-lineáris rendszerek stabilitása

Nem-lineáris rendszerek egyensúlyi pontjainak stabilitásvizsgálata általában jóval bonyolultabb. Az itt követendő eljárást Zeidler (1986) az alábbiak szerint foglalja össze. Jelölje a vizsgálandó egyensúlyi pontot (y^*, u^*). Az első lépés a nem-lineáris rendszer (y^*, u^*) környezetében történő linearizálása. Ehhez a g és h függvények elsőrendű Taylor-polinom segítségével történő közelítését használjuk. A linearizált rendszer az alábbi alakban írható fel:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{u} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial y} & \frac{\partial g}{\partial u} \\ \frac{\partial h}{\partial y} & \frac{\partial h}{\partial u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y - y^* \\ u - u^* \end{bmatrix}.$$

A jobb oldalon álló úgynevezett Jacobi-mátrix elemei a megfelelő parciális derivált függvények egyensúlyi pontban vett helyettesítési értékei. Ezek után az a kérdés, hogy az (y^*, u^*) egyensúlyi pontnak létezik-e olyan környezete, melyben a fenti rendszer stabilitási tulajdonságai megegyeznek a nem-lineáris rendszer stabilitási tulajdonságaival. Ha a Jacobi-mátrix mindkét sajátértékének valós része nullától különbözik, a kérdésre a válasz igen. Ha viszont van a mátrixnak zérus valós részű sajátértéke, a linearizált rendszer az egyensúlyi pont bármely környezetében a nem-lineáris rendszertől lényegesen eltérő módon viselkedhet. Ezen utóbbi esetet ismerteti bővebben Zhang (1990b).

Az $\dot{y} = g(y)$ egyváltozós dinamikus rendszerre mindebből az következik, hogy amennyiben y_0 a rendszer egyensúlyi pontja, és $g'(y_0) < 0$, akkor az egyensúlyi helyzet stabil. Ha $g'(y_0) > 0$, akkor az egyensúlyi helyzet instabil. $g'(y_0) = 0$ esetén stabilitás és instabilitás egyaránt előfordulhat. Ez utóbbira vonatkozó példát tartalmaz a következő szakasz.

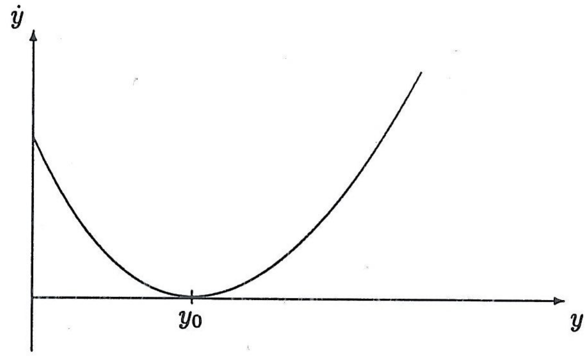
További problémát vet fel, ha az f vagy a g függvény nem folytonos. Ekkor ugyanis az (1.22) rendszer nem linearizálható. Legkézenfekvőbb ebben az esetben számítógépes szimuláció segítségével következtetni a modell viselkedésére.

1.4.3 Fázisdiagram

Dinamikus rendszerek viselkedésének hatékony szemléltető eszköze a fázisdiagram. Egyváltozós esetben ez az $\dot{y} = g(y)$ függvény olymódon történő ábrázolását jelenti, hogy a vízszintes tengelyen az y változó, a függőleges tengelyen pedig annak idő szerint vett deriváltja szerepel. A rendszer egyensúlyi pontjai most a függvénygörbe vízszintes tengellyel vett metszéspontjaiban helyezkednek el. Amennyiben a metszéspontban a függvénygörbéhez húzható érintő negatív meredekségű, az egyensúlyi helyzet stabil, pozitív meredekség esetén pedig instabil. A függvénygörbe adott pontját az origóval összekötő egyenes meredeksége az y változó növekedési rátájával egyenlő.

Egy ilyen fázisdiagramot mutatok be az 1.3. ábrán. Az $\dot{y} = g(y)$ dinamikus rendszer egyetlen egyensúlyi pontja y_0-ban van. Másrészt $g'(y_0) = 0$ miatt az 1.4.2.2. pontban mondottak alapján semmit nem állíthatunk az egyensúlyi helyzet stabilitásáról. Szemügyre véve a fázisdiagramot, rögtön látszik, hogy $y < y_0$ esetén a rendszer az egyensúlyi állapotot közelíti, $y > y_0$ esetén azonban távolodik attól. Mindezek miatt az egyensúlyi helyzetet egyfajta sajátságos, féloldali stabilitás jellemzi, ami azonban nem feltétlenül következik a $g'(y_0) = 0$

egyenlőségből. Például az $\dot{y} = -(y-b)^3$ dinamikus rendszer az $y = b$ egyensúlyi pontban stabil, az $\dot{y} = (y-b)^3$ rendszer instabil. Számos további példa található a következő fejezetben.



1.3. ábra FÉLOLDALI STABILITÁS

Két változó esetén a koordinátarendszer egyik tengelyén az y, a másikon pedig az u változó kerül feltüntetésre. Ezután berajzoljuk $g(y,u) = 0$, illetve $h(y,u) = 0$ feltételeket kielégítő görbéket. Mivel e görbék mentén $\dot{y} = 0$, illetve $\dot{u} = 0$ teljesül, e görbéket nyugalmi vonalaknak szokás nevezni. Egyensúly a két nyugalmi vonal metszéspontjában adódik. A nyugalmi vonalak a koordinátarendszert több szegmensre osztják. Egy-egy szegmensen belül $\dot{y}$, illetve $\dot{u}$ előjele változatlan, az adott szegmens egy tetszőleges pontjának koordinátáit a g, illetve h függvényekbe behelyettesítve ez az előjel meghatározható. Az így nyert eredmények segítségével eldönthető, hogy valamely változó értéke egy-egy szegmensben növekszik-e vagy csökken. Ennek ismeretében a koordinátarendszerben tetszőleges számú fázisgörbe tüntethető fel, melyek futásából a rendszer stabilitási tulajdonságaira lehet következtetni. A módszer részletes leírása mind az egy-, mind pedig a kétváltozós esetre megtalálható Chiang (1984) könyvében. Kétváltozós fázisdiagramokra a legközismertebb példa az IS-LM görbék rendszere. E görbéket nyugalmi vonalak gyanánt mutatja be pl. Felderer és Homburg (1994) tankönyve.

2. Exogén konstans megtakarítási hányad

Ebben a fejezetben elsősorban a megtakarítási hányad nagyságának gazdasági növekedésre gyakorolt hatását vizsgálom, de kitérek a helyettesítés rugalmasságának és az autonóm beruházási függvénynek a szerepére is. Vizsgálódásaimban Solow (1956) közismert, neoklasszikus konstrukciójából indulok ki, mely az általánosan elterjedt felfogás szerint a gazdasági növekedés derűlátó jövőképét vetíti előre. Megmutatom, hogy ez az optimista prognózis módosulhat mind az Inada-feltételek megsértése, mind pedig a vállalkozói várakozások figyelembevétele esetén. Ebben a fejezetben mindvégig azzal a feltevéssel élek, hogy a megtakarítási hányad exogén konstansként adott. A 2.5. alfejezet kivételével felteszem azt is, hogy minden megtakarítás automatikusan beruházássá válik.

Az első alfejezetben Solow tanulmányával és a szokásos tankönyvi tárgyalásmóddal (pl: Meyer és Solt (1999)) szakítva a modellnek rögtön egy olyan változatából indulok ki, mely mind az 1.2.1.3. pontban tárgyalt Harrod-semleges technikai haladást, mind pedig a fizikai tőkejavak amortizációját tartalmazza. A 2, 3. és 4. alfejezetekben megmutatom, hogy amennyiben az aggregát termelési függvényre nem teljesül egyidejűleg valamennyi (1.13) Inada-feltétel, úgy a megtakarítási hányad nagysága kulcsszerepet tölthet be a gazdaság növekedési pályájának meghatározásában. Bebizonyítom azt is, hogy hasonlóan fontos szerepet játszhat a helyettesítés rugalmassága. Az ötödik alfejezetben megmutatom, hogy az egyensúlyi növekedési pálya valamennyi Inada-feltétel egyidejű teljesülése esetén is elveszti stabilitását az autonóm beruházási függvény bevezetésével. Ennek bizonyítását tekintem a fejezet egyik legfontosabb önálló eredményének. A másik, Klump és de La Grandville (2000) a helyettesítés rugalmasságával kapcsolatos két tételének általánosítása, és egyszerűbb bizonyítása a 2.4.1.3. pontban.

2.1 A neoklasszikus alapmodell

Jelölje n továbbra is a munka növekedési rátáját, ekkor az (1.2) egyenlet levezetése során alkalmazott gondolatmenetet követve: $L = L(0)e^{nt}$. A munkakímélő technikai haladás exogén rátáját jelölje m, így az (1.6) egyenletből $\bar{L} = e^{(m+n)t}L(0)$ adódik. Az 1.2.2. szakaszban megmutattam, hogy kiegyensúlyozott növekedés csakis lineárisan homogén aggregát termelési függvény jelenlétében lehetséges, ezért az $Y = F(K, \bar{L})$ aggregát termelési függvényről feltesszük, hogy az K-ban és $\bar{L}$-ban lineárisan homogén.

Az 1.2.2. szakaszban adott definíció szerint $\bar{k} = \frac{K}{\bar{L}}$, amiből $\bar{k} = \frac{K}{L(0)e^{(m+n)t}}$. Mindkét oldalt az idő szerint differenciálva:

$$\dot{\bar{k}} = \frac{\dot{K}}{\bar{L}} - (m+n)\bar{k}. \tag{2.1}$$

Mivel minden megtakarítás automatikusan beruházássá válik, $I = S$. A megtakarítások nagyságát a kibocsátással egyenesen arányosnak tételezzük fel, így $S = sY$, ahol $0 < s < 1$ a megtakarítási hányad exogén konstans értéke. Felhasználva az (1.4) egyenletet, a következőket írhatjuk: $\dot{K} = sY - \delta K$. Mindkét oldalt $\bar{L}$-sal elosztva, és alkalmazva az (1.7) egyenletet, $\frac{\dot{K}}{\bar{L}} = sf(\bar{k}) - \delta\bar{k}$ adódik. Behelyettesítve a (2.1) összefüggésbe, a modell alapegyenletét kapjuk:

$$\dot{\bar{k}} = sf(\bar{k}) - (m+n+\delta)\bar{k}. \tag{2.2}$$

A (2.2) egyváltozós dinamikus rendszer az 1.4.1. szakaszban adott definíció szerint akkor van egyensúlyban, ha $\dot{\bar{k}} = 0$. Ekkor

$$s\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = m+n+\delta \tag{2.3}$$

teljesül. Az egyensúlyi feltétel bal oldalán a megtakarítási hányad és a tőke átlagtermelékenységének szorzata áll. $s\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = s\frac{Y}{K} = \frac{I}{K}$ miatt ez a nagyság az egységnyi tőkére eső bruttóberuházások mennyiségeként is értelmezhető. A jobb oldalon szereplő összeg közgazdasági értelmezéséhez akkor jutunk közelebb, ha feltesszük, hogy $s = 0$. Ekkor $I = S$ miatt a bruttóberuházások volumene is zérus, és a (2.2) alapegyenletből $\hat{\bar{k}} = -(m + n + \delta)$ adódik. Ezek szerint a bruttóberuházások zérus volumene esetén $\bar{k}$ ilyen ráta szerint csökken, így $m + n + \delta$ a hatékony tőke amortizációs rátájaként is értelmezhető. Az ennek nagyságát meghatározó paramétereket a továbbiakban exogén konstansnak tekintem. Az egyensúly feltétele tehát az egységnyi tőkére eső bruttóberuházások és a hatékony tőke amortizációs rátájának a megegyezése.

Figyelembe véve, hogy $\hat{\bar{k}} = \frac{\dot{\bar{k}}}{\bar{k}}$, az egyensúlyi növekedési pályán $\hat{\bar{k}} = 0$ teljesül. Mivel az egységnyi munkára eső tőke mennyiségére, azaz a tőkeintenzitásra igaz, hogy $k = \frac{K}{L} = \bar{k}e^{mt}$, az (1.3) egyenlet levezetésekor követett gondolatmenet szerint $\hat{\bar{k}} = \hat{k} - m$, és így $\hat{k} = m$. Hasonló meggondolások alapján: $\hat{K} = m + n$. Másrészt $\bar{y} = f(\bar{k})$ miatt $\bar{k}$ változatlansága esetén $\bar{y}$ növekedési rátája is zérus. Az iménti gondolatmenetet alkalmazva a kibocsátásra, könnyen ellenőrizhető, hogy az egyensúlyi növekedési pályán $\hat{y} = m$, $\hat{Y} = m + n$, továbbá $C = (1 - s)Y$ miatt $\hat{c} = m$, ahol $c = \frac{C}{L}$ az egységnyi munkára eső fogyasztás. Ezek szerint az egyensúlyi növekedési pályát kiegyensúlyozott növekedés jellemzi. Az egységnyi hatékony munkára eső fogyasztás növekedési rátája zérus.

A fontosabb változók egyensúlyi növekedési rátáit a 2.1. táblázat foglalja össze.

változók	egyensúlyi növekedési ráta
$\bar{k}$, $\bar{c}$, $\bar{y}$	0
k, c, y	m
K, C, Y, I	$m+n$

2.1. Táblázat: A FONTOSABB VÁLTOZÓK EGYENSÚLYI NÖVEKEDÉSI RÁTÁI

2.1.1 Az egyensúlyi növekedési pálya egzisztenciája

Ebben a szakaszban arra a kérdésre keressük a választ, milyen feltételek biztosítják a (2.3) egyensúlyi feltétel teljesülését. Mindenekelőtt különítsük el azt a kevéssé valószínű esetet, amikor a tőke átlagtermelékenysége állandó, és e konstans megtakarítási hányaddal vett szorzata éppen a hatékony tőke amortizációs rátájával egyezik meg. Erre a szituációra, melyben $\bar{k}$ tetszőleges értéke mellett fennáll az egyensúly, a 2.3. alfejezetben visszatérünk. Ha nem ez a helyzet, akkor az egyensúly létezésének mindenekelőtt a hatékony tőkeintenzitás rugalmas alkalmazkodása a feltétele. Ennek teljesülését a képlékeny tőke 1.2.1.1. pontban említett feltevése biztosítja. Ezek után az egyensúlyi növekedési pálya létezéséhez mindössze arra van szükség, hogy a tőke átlagtermelékenysége $\bar{k}$ legalább egy értéke esetén fölvegye az $\frac{m+n+\delta}{s}$ értéket. A L'Hôpital szabáyt alkalmazva az (1.8) és (1.12) egyenlőségekre könnyen látható, hogy $\bar{k} \to 0$ és $\bar{k} \to \infty$ esetén a tőke átlag- és határtermelékenységei egymással megegyeznek, így az egyensúlyi növekedési pálya egzisztenciáját az (1.13) (c) és (d) Inada-feltételek biztosítják.

2.1.2 Az egyensúlyi növekedési pálya unicitása

Most azt vizsgáljuk, milyen feltételek biztosítják az egyensúlyi növekedési pálya egyértelmű létezését. Az előző szakaszban mondottakból következik, hogy a hatékony tőke amortizációs rátájának és a megtakarítási hányadnak a konstans volta esetén az unicitás elegendő feltétele a tőke átlagtermelékenységi függvényének szigorú monotonitása. A tőke átlagtermelékenységének $\bar{k}$ szerinti deriváltja az (1.12) egyenlet alapján: $\frac{1}{\bar{k}}\left[f'(\bar{k}) - \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}}\right]$. Ennek előjele a $-\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} + f'(\bar{k})$ kifejezésével azonos, ami akkor negatív, ha a tőke parciális termelési rugalmassága nulla és egy közé esik, mert a parciális termelési rugalmasság a határ- és átlagtermelékenység hányadosával egyenlő. Az unicitás elegendő feltétele ezek szerint az, hogy a tőke parciális termelési rugalmassága $\bar{k}$ minden értéke esetén a $(0,1)$ intervallumba essen. Ezt biztosítják az (1.13) (a), (b) és (e) Inada-feltételek.

2.1.3 Az egyensúlyi növekedési pálya stabilitása

Jelölje $\bar{k}^*$ a hatékony tőkeintenzitás valamely egyensúlyi értékét. Figyelembe véve a (2.2) differenciálegyenletet, az 1.4.2.2. pontban mondottakból következik, hogy a stabilitáshoz $sf'(\bar{k}^*) < m+n+\delta$ teljesülése szükséges. Másrészt a (2.3) egyenlet szerint, egyensúlyban: $m+n+\delta = s\frac{f(\bar{k}^*)}{\bar{k}^*}$, így a stabilitás szükséges és elegendő feltétele: $f'(\bar{k}^*) < \frac{f(\bar{k}^*)}{\bar{k}^*}$. Az utóbbi egyenlőtlenség többféleképpen értelmezhető:

1. Figyelembe véve, hogy az (e) Inada-feltétel szerint az intenzív termelési függvény görbéje az origóból indul, az egyenlőtlenség a konkávitást biztosító (b) feltétel következménye.

2. Az (1.8) összefüggések közül a munka határtermelékenységére vonatkozó egyenlet szerint egyenlőtlenségünk akkor és csakis akkor teljesül, ha $\bar{k} = \bar{k}^*$ esetén a munka határtermelékenysége pozitív.

3. Alkalmazva az előző szakaszban mondottakat, az egyenlőtlenség teljesülésének szükséges és elegendő feltétele, hogy az egyensúlyi pontban a tőke parciális termelési rugalmassága egynél kisebb legyen, azaz a tőkére a csökkenő hozadék elve érvényesüljön.

Ezeket az interpretációkat az előző szakaszban mondottakkal egybevetve fontos megjegyezni, hogy a jelen szakaszban adott követelmények csak az egyensúlyi pontra vonatkoznak, míg az előző szakaszban az unicitás érdekében ugyanezt $\bar{k}$ minden értékére ki kellett kötni.

2.2 Exogén növekedés

Tegyük fel, hogy az aggregát termelési függvény jól viselkedő, azaz kielégíti az (1.13) Inada-feltételeket. Az előző alfejezetben mondottak szerint ebben az esetben fennáll az egyensúlyi növekedési pálya egzisztenciája, unicitása és stabilitása.

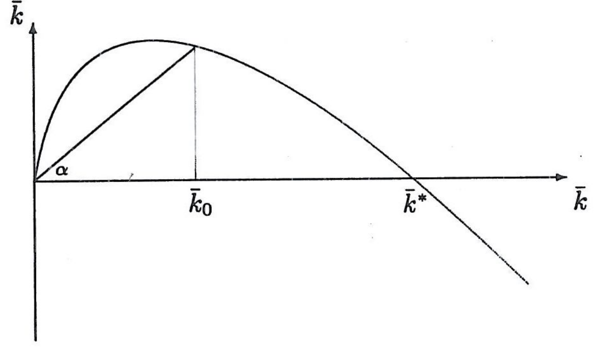
Állandó ütemű növekedés csakis egyensúly esetén lehetséges. Valóban, az 1.1.3. szakaszban adott definíció szerint egyenletes növekedésről csakis abban az esetben lehet szó, ha $\hat{\bar{k}}$ konstans. Még azt kell belátni, hogy az állandó ütemű növekedés szükséges feltétele e konstans zérus volta. A (2.2) egyenlet mindkét oldalát $\bar{k}$-sal osztva: $\hat{\bar{k}} = s\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} - (m + n + \delta)$, tehát az állandó ütemű növekedés feltétele, hogy a jobb oldalon álló kifejezés idő szerinti deriváltja zérus legyen. Ez akkor és csakis akkor zérus, ha az $\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}}$ hányados idő szerinti deriváltja nulla. Elvégezve a deriválást: $\frac{d}{dt}\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = -\frac{\dot{\bar{k}}}{\bar{k}}\left(\frac{f(\bar{k})-\bar{k}f'(\bar{k})}{\bar{k}}\right)$, továbbá az (1.8) egyenlet szerint $\frac{d}{dt}\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = -\frac{\dot{\bar{k}}}{\bar{k}}\left(\frac{MP_L e^{-mt}}{\bar{k}}\right)$, ahol $\frac{\partial Y}{\partial L} = MP_L$ a munka határtermelékenysége. Az 1.2.3.1. pontban mondottak szerint, jól viselkedő termelési függvény esetén: $MP_L > 0$, és így állandó ütemű növekedés akkor és csakis akkor lehetséges, ha $\dot{\bar{k}} = 0$. Eredményünk, mely szerint az állandó ütemű növekedés feltétele a (2.2) dinamikus rendszer 1.4.1. szakaszban definiált egyensúlyi helyzete, az egyensúly e mechanisztikus definíciójának létjogosultságát támasztja alá. Megjegyzendő, hogy az imént bebizonyított állítás kizárólag jól viselkedő aggregát termelési függvény esetén igaz, pl. a következő alfejezetben látni fogjuk, hogy AK típusú termelési függvény esetén nem.

A 2. 1. ábrán bemutatásra kerülő fázisdiagramon $\dot{\bar{k}}$ alakulása szerepel $\bar{k}$ függvényében. Ha az $f(\bar{k})$ intenzív termelési függvény jól viselkedő, akkor az ábrán feltüntetett görbe egyenlete a (2.2) egyenlet. Mivel a $\bar{k}^*$ egyensúlyi pontban a görbéhez húzható érintő negatív meredekségű, az 1.4.2.2. pontban mondottak szerint az egyensúlyi helyzet stabil. Ilyen stabil egyensúlyi helyzet adódik pl. abban az esetben, ha az aggregát termelési függvény lineárisan homogén, Cobb-Douglas típusú.

E helyen nem cél Solow modelljének bírálata, az megtalálható Mátyás (1999b) könyvében. A most ismertetett neoklasszikus alapmodell három lényeges vonását mégis szükséges kiemelni:

1. Teljes foglalkoztatás

Mivel az egyensúlyi növekedési pályán $\hat{y} = m > 0$, továbbá $\hat{Y} = m + n$, teljesül a teljes foglalkoztatás (1.5) szükséges felétele. Megjegyzendő, hogy amennyiben a $t = 0$ időpontban munkanélküliség jellemzi a gazdaságot, az



2.1. ábra STABIL EGYENSÚLY SOLOW MODELLJÉBEN

1.1.5. szakaszban mondottak szerint később sem jöhet létre teljes foglalkoztatás.

2. EXOGÉN NÖVEKEDÉS

Mivel föltevéseink szerint a technikai haladás rátája exogén adottság, a gazdasági növekedés egyensúlyi rátája a modellen kívül határozódik meg. Romer (1986) tanulmányának megjelenése előtt a gazdasági növekedés irodalma szinte kizárólag ilyen, exogén növekedési modellek vizsgálatára szorítkozott. A kutatásnak Romer említett cikkén kívül Lucas (1988) és Rebelo (1991) munkái adtak új lendületet és új irányt, amelyek a gazdasági növekedés egyensúlyi rátáját a modell keretein belül magyarázó endogén növekedéselméletek felé mutatnak.

A továbbiakban, amennyiben az egyensúlyi növekedési pályán $\hat{y} = m$ teljesül, és így a 2.1. táblázatban megadott növekedési ráták jellemzik a gazdaságot, exogén növekedésről beszélünk. Ha a modell y egyensúlyi növekedési rátájára ennél differenciáltabb magyarázattal szolgál, azt mondjuk, hogy a növekedés endogén.

3. KONVERGENCIA

Továbbra is feltesszük, hogy az aggregát termelési függvényre teljesülnek az (1.13) Inada-feltételek. Foglalkozzunk most azzal az esettel, amikor $\bar{k} \neq \bar{k}^*$, tehát a gazdaság nincs egyensúlyban. Láttuk, hogy ekkor $\dot{\bar{k}} \neq 0$, következésképp: $\hat{k} = \hat{c} = \hat{\bar{k}} + m$, és $\hat{Y} = \hat{K} = \hat{\bar{k}} + m + n$. Az egységnyi hatékony munkára eső tőke növekedési rátája a (2.2) egyenlet alapján a következő: $\hat{\bar{k}} = s\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} - (m+n+\delta)$. A 2.1. ábráról közvetlenül is látható, hogy $\tan\alpha = \hat{\bar{k}}$.

A (2.2) egyenletet $\bar{k}$ szerint differenciálva kapjuk, hogy $\frac{\partial \hat{\bar{k}}}{\partial \bar{k}} = sf'(\bar{k}) - (m+n+\delta)$. Így $\bar{k}$ növekedési rátája akkor maximális, ha $sf'(\bar{k}) = m+n+\delta$ teljesül. Jelölje a hatékony tőkeintenzitás ezen értékét $\bar{k}_0$. Ezek szerint minden $\bar{k} > \bar{k}_0$ esetén teljesül, hogy minél inkább elmarad $\bar{k}$ aktuális nagysága az egyensúlyi értéktől, annál nagyobb a növekedési rátája.

Ha feltesszük, hogy a technikai haladás exogén rátája a különböző gazdaságok esetében azonos, akkor ezek egyensúlyi növekedési rátái is azonosak, függetlenül a rendelkezésükre álló, esetleg eltérő termelési technológiától, az egyes gazdaságokra érvényes megtakarítási hányad nagyságától, vagy azok tőkeellátottságtól. Mindezeken túlmenően $\bar{k}_0 < \bar{k} < \bar{k}^*$ esetén az egységnyi hatékony munkára eső tőke és kibocsátás annál gyorsabban növekszik, minél távolabb van $\bar{k}$ az egyensúlyi helyzetétől. A különböző gazdaságok ilyesfajta konvergenciája azonban ellentétes a Káldor által megfigyelt növekedési jellegzetességek közül az 1.1.1. szakasz 6. pontja alatt említettel, és ezt Barro (1991), Barro és Sala-i-Martin (1992a) továbbá Mankiw és szerzőtársai (1992) szerint a statisztikai megfigyelések sem támasztják alá. E nehézségekre kínál majd megoldást a CES termelési függvény 2.4.1.2. pontban sorra kerülő bevezetése $\psi > 0$ paraméterérték mellett.

Solow (1956) tanulmányában azt is megvizsgálta, milyen eredményekre vezet Leontief, Cobb-Douglas, illetve CES típusú termelési függvények alkalmazása. Az irodalomban mégis általában a most bemutatott, jól viselkedő aggregát termelési függvényt tartalmazó konstrukciót szokás Solow-modellen érteni. Én is ezt fogom rajta érteni a dolgozat további részében.

A jelen alfejezetben bemutatott modell a gazdasági növekedés magyarázata során az exogén technikai haladás meghatározó voltára helyezi a hangsúlyt. A fejezet hátralévő részében további magyarázó tényezőket azonosítunk.

2.3 Endogén növekedés az AK modellben

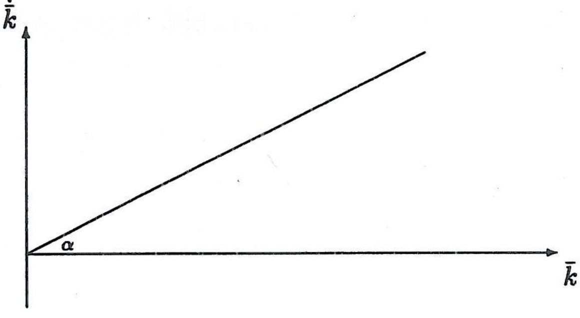
Vezessük be most a 2.1. alfejezetben ismertetett alapmodellbe az 1.2.3.2. pontban tárgyalt $Y = AK$ aggregát termelési függvényt. A (2.2) egyenlet, ekkor a következő alakban írható fel: $\dot{\bar{k}} = [sA - (m + n + \delta)]\bar{k}$. Eszerint az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyiségének növekedési rátája a szögletes zárójelben álló kifejezéssel egyenlő, így az mindig konstans. A tőkeintenzitás és az egységnyi munkára eső fogyasztás növekedési rátája: $\hat{k} = \hat{y} = \hat{c} = sA - (n + \delta)$, továbbá: $\hat{Y} = \hat{K} = sA - \delta$.

$sA \neq m + n + \delta$ esetén nem érvényesek a 2.1. táblázatban feltüntetett nagyságok, tehát a növekedés endogén. Barro és Sala-i-Martin (1995) szerint endogén növekedés esetén a növekedési ráták a modell keretei közt határozódnak meg. A gazdasági növekedés endogenizálásának ezek szerint két útja van. Az egyik az aggregát termelési függvény technikai haladási függvénnyel történő helyettesítése, amint arról az 1.2.1.2. pontban szó esett. A másik lehetőség olyan aggregát termelési függvények alkalmazása, melyek az Inada-feltételeket megsértik. Ezt az utat követik Romer (1986) és Lucas (1988) cikkei, melyek az egyéni és társadalmi tudásszint fogalmát bevezetve, egyúttal a neoklasszikus elvekhez visszatérve igyekeztek a technikai haladást endogenizálni. Meyer (1995) szerint ez a próbálkozás is felemás eredményt hozott, a gazdasági növekedést modellen kívülről magyarázó tényezők szerepét jelentősen csökkenteni nem sikerült.

Az AK modell itt tárgyalt, legegyszerűbb változatához hasonlóan a dolgozat további részében bemutatásra kerülő endogén növekedési modellek mindegyikére jellemző, hogy az $\hat{y}$ alakulását magyarázó egyenletek jobb oldalán álló kifejezésekben a modell exogén változói szerepelnek. Mégis helyénvalónak tűnik az exogén és endogén növekedési modellek jelen fejezetben alkalmazott elhatárolása, mivel ezek az egyenletek az $\hat{y} = m$ összefüggésnél differenciáltabb magyarázatot adnak az egységnyi munkára eső kibocsátás növekedési rátájának különböző országok közt tapasztalható eltérésére. Például az előző alfejezettel ellentétben a kibocsátás növekedési rátája itt már s értékétől is függ.

Az AK modellben tehát mindig megvalósul a kiegyensúlyozott növekedés az 1.1.4. szakaszbeli definíció szerint, ám az 1.4.1. szakaszban adott meghatározás értelmében ez csak akkor tekinthető egynesúlyinak, ha $sA = m + n + \delta$ fennáll, ami $\dot{\bar{k}} = 0$ teljesülését biztosítja. A $\dot{\bar{k}} = [sA - (m + n + \delta)]\bar{k}$ dinamikus rendszer egyensúlyának értelmezésével kapcsolatban most felmerülnek mindazok a problémák, melyek az 1.4.1. szakaszban a homogén lineáris rendszerek kapcsán szóba kerültek. Egyensúly abban az esetben jön létre, ha az együtthatómátrix egyetlen eleme zérus, ám ekkor dinamikus rendszerről nem beszélhetünk, mivel nincs függvénykapcsolat $\dot{\bar{k}}$ és $\bar{k}$ között.

Az előző alfejezettel ellentétben, egyensúly az egységnyi hatékony munkára eső tőke bármely nagysága esetén fennállhat. Másrészt amennyiben $sA - \delta \geq m + n$, teljesül az (1.5) egyenlőtlenség, így teljes foglalkoztatás is lehetséges. A keynesi elvekkel élesen szemben álló tulajdonsága a modellnek, hogy a megtakarítási hányad növelésével a foglalkoztatás növekszik. E tulajdonság mögött az a neoklasszikus alapfeltevés húzódik meg, mely szerint minden megtakarítás automatikusan beruházássá válik.



2.2. ábra Az AK MODELL FÁZISDIAGRAMJA

Amint a 2.2. ábrán bemutatott fázisdiagramon látható, a $\dot{\bar{k}}\left(\bar{k}\right)$ görbe ezúttal egy origóból induló egyenes, melynek meredeksége: $\tan\alpha = \hat{\bar{k}} = sA - (m + n + \delta)$. Ez a meredekség negatív értéket is felvehet. Ebben az esetben is endogén növekedésről van szó, a hatékony tőkeintenzitás negatív növekedési rátája, azaz csökkenése mellett.

A fontosabb változók növekedési rátái azt mutatják, hogy a gazdaság úgy is növekedhet, hogy nincs technikai haladás ($m = 0$) és úgy is, hogy a gazdaság rendelkezésére álló munka mennyisége nem növekszik ($n = 0$). Ebben az esetben a háztartások megtakarítása biztosítja a növekedéshez szükséges forrásokat. Másrészt magasabb megtakarítási hányad mind a kibocsátás, mind pedig az egységnyi munkára eső fogyasztás magasabb növekedési rátáját eredményezi. Ugyanakkor elégtelen megtakarítási hányad esetén a kibocsátás csökken. E következtetések ellentétesek az előző alfejezetben tárgyalt, jól viselkedő termelési függvényt alkalmazó modell azon tulajdonságával, mely szerint a kibocsátás egyensúlyi növekedési rátája hosszú távon független a megtakarítási hányadtól. Az eltérés oka, hogy az előző alfejezetben levezetett tulajdonságok kizárólag az egyensúlyi növekedési pályára vonatkoztak, iménti következtetéseink viszont azon kívül is érvényesek.

Végül tisztázzuk, mi az oka annak, hogy Solow konstrukciójával szemben az AK modell endogén növekedést mutat. Az előző alfejezetben láttuk, hogy állandó ütemű növekedés akkor és csakis akkor lehetséges, ha az egységnyi tőkére eső kibocsátás nagysága: $\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}}$ konstans. Jól viselkedő aggregát termelési függvény esetén ez a hányados csakis $\dot{\bar{k}} = 0$ esetén volt változatlan, míg az AK modellben az egységnyi tőkére eső kibocsátás, $MP_L = 0$ miatt, $\bar{k}$ minden értékére állandó.

Általánosabban fogalmaz Solow (1994) cikke, melyben a jeles teoretikus kifejti, hogy a tőke csökkenő hozadékának feltevése exogén, állandó hozadékának föltevése endogén növekedést eredményez, míg növekvő hozadék esetén végtelen nagy kibocsátás jön létre.

2.4 Vegyes esetek

Ebben az alfejezetben az 1.2.3.3-4. pontokban tárgyalt aggregát termelési függvényeket fogom a 2.1. alfejezetben bemutatott alapmodellbe bevezetni. E termelési függvények esetén a paraméterek értékeitől, elsősorban a megtakarítási hányad nagyságától függően exogén és endogén növekedés egyaránt létrejöhet.

2.4.1 CES termelési függvény

Kezdjük az 1.2.3.3. pontban bemutatott CES termelési függvénnyel. Egyszerű deriválással ellenőrizhető, hogy ψ tetszőleges értéke esetén $\bar{k}$ növekedése mind az $f'(\bar{k})$, mind pedig az $\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}}$ függvény értékének csökkenését maga után vonja, így az egyensúlyi növekedési pálya a 2.1.2. szakaszban mondottak szerint (amennyiben létezik) egyértelműen létezik. Az egyensúlyi növekedési pálya egzisztenciája nagymértékben függ a modell paramétereitől, mindenekelőtt a helyettesítés rugalmasságától, ezért a továbbiakban ez alapján fogom a különböző eseteket egymástól elhatárolni. Mielőtt azonban ezt az elhatárolást megtenném, megmutatom, hogy amennyiben az egyensúlyi növekedési pálya létezik, úgy az stabil. Jelölje $\bar{k}$ egyensúlyi értékét $\bar{k}^*$, ekkor a 2.1.3. szakaszban mondottak szerint az egyensúlyi helyzet stabilitásának szükséges és elegendő feltétele: $f'(\bar{k}^*) < \frac{f(\bar{k}^*)}{\bar{k}^*}$. Alkalmazva a CES termelési függvényre az 1.2.3.3. pontban adott összefüggéseket, ez azt jelenti, hogy az egyensúlyi helyzet akkor és csakis akkor stabil, ha:

$$Aab^{\psi}\left(ab^{\psi}+(1-a)(1-b)^{\psi}\left(\bar{k}^*\right)^{-\psi}\right)^{\frac{1-\psi}{\psi}} < A\left(ab^{\psi}+(1-a)(1-b)^{\psi}\left(\bar{k}^*\right)^{-\psi}\right)^{\frac{1}{\psi}}$$

teljesül. Ez az egyenlőtlenség a következővel ekvivalens: $0 < (1-a)(1-b)^{\psi}\left(\bar{k}^*\right)^{\psi}$, ami a termelési függvény paramétereire az 1.2.3.3. pontban tett kikötések miatt mindig fennáll.

2.4.1.1 Kismértékű helyettesíthetőség

Feltesszük, hogy $-\infty < \psi < 0$, ekkor a helyettesítés rugalmassága egységnyinél kisebb. Az intenzív termelési függvény képlete az alábbi formára írható át:

$$f(\bar{k}) = \frac{A}{\left[\frac{a}{(b\bar{k})^{-\psi}} + \frac{1-b}{(1-b)^{-\psi}}\right]^{-1/\psi}}$$

Figyelembe véve a fenti formulában az összes kitevő pozitivitását, $\lim_{\bar{k}\to 0} f(\bar{k}) =$

0, a tőke határ- és átlagtermelékenységére pedig az alábbiak állnak fenn:

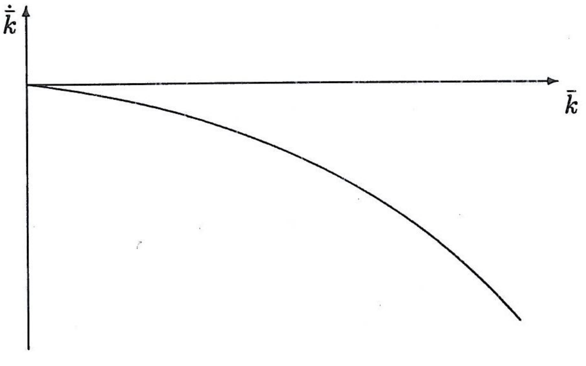
$$\lim_{\bar{k}\to 0} f'(\bar{k}) = \lim_{\bar{k}\to 0} \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = Aba^{1/\psi} < \infty$$
$$\lim_{\bar{k}\to \infty} f'(\bar{k}) = \lim_{\bar{k}\to \infty} \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = 0$$

A jól viselkedő aggregát termelési függvény esetéhez képest tehát mindössze annyi a változás, hogy nem teljesülnek az (1.13) (d) és (e) Inada-feltételek. A (2.2) differenciálegyenletből következően egyensúly akkor és csakis akkor áll fenn, ha $s\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = m + n + \delta$. Figyelembe véve, hogy most a tőke átlagtermelékenysége felülről korlátos, az egyensúly létezésének szükséges és elegendő feltétele az $m + n + \delta < sAba^{1/\psi}$ egyenlőtlenség teljesülése. Ekkor a növekedés exogén, az egyensúlyi növekedési pálya tulajdonságai pedig mindenben megegyeznek a jól viselkedő aggregát termelési függvény alkalmazásával kapott jellemzőkkel. A fázisdiagramon a $\dot{\bar{k}}\left(\bar{k}\right)$ görbe a 2. 1. ábrán feltüntetett alakú azzal az eltéréssel, hogy meredeksége az origóhoz közelítve nem nő minden határon túl.

Lényegesen új helyzet áll elő azonban $m + n + \delta \geq sAba^{1/\psi}$ esetén. A $\dot{\bar{k}}\left(\bar{k}\right)$ görbe most a 2.3. ábrán látható alakot ölti. A görbe bármely pontját az origóval összekötő egyenes meredeksége nullánál kisebb, tehát az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyisége csökken és nullához tart, a gazdaság az összeomlás állapota felé halad. Mivel ebben a helyzetben $\hat{y} \neq m$, a modell endogén növekedést mutat, jóllehet y növekedési rátája nullánál kisebb.

Amennyiben $m + n + \delta < Aba^{1/\psi}$ teljesül, $\bar{k}$ csökkenésének tendenciája s növelésével megfordítható. Mindez alátámasztja azt a gazdaságpolitikában szokásos stratégiát, amikor a kormányzat a megtakarítási hányad növelése révén kísérli meg elkerülni a gazdaság összeomlását.

Végül megjegyezzük, hogy amennyiben $m + n + \delta = sAba^{1/\psi}$ áll fenn, az 1.4.1. szakaszban bevezetett egyensúlyi helyzet csak $\bar{k}^* = 0$ esetén jöhet létre, ám ez közgazdaságilag nem értelemezhető. A $\bar{k} = 0$ egyensúlyi helyzet azonban stabil, amiből következik, hogy $\bar{k} > 0$ esetén a gazdaság az összeomlás felé tart.



2.3. ábra GAZDASÁGI ÖSSZEOMLÁS $0 < \sigma < 1$ ESETÉN

2.4.1.2 Nagyfokú helyettesíthetőség

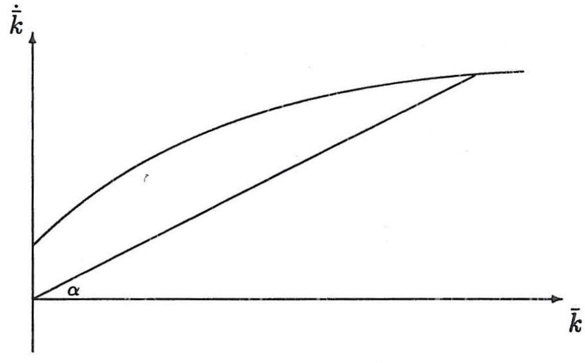
Ebben az esetben $0 < \psi < 1$ miatt a helyettesítés rugalmassága egységnyinél nagyobb. $\lim_{\bar{k}\to 0} f(\bar{k}) = A(1-a)^{1/\psi}(1-b) > 0$, a tőke határ- és átlagtermelékenységeire pedig az alábbiak érvényesek:

$$\lim_{\bar{k}\to 0} f'(\bar{k}) = \lim_{\bar{k}\to 0} \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = \infty$$
$$\lim_{\bar{k}\to \infty} f'(\bar{k}) = \lim_{\bar{k}\to \infty} \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = Aba^{1/\psi} > 0$$

Míg az előző szakaszban tárgyalt alacsony fokú helyettesíthetőség esetén a tőke átlagtermelékenysége a $\left(0, Aba^{1/\psi}\right)$ intervallumba esett, ezúttal jóval kedvezőbb technikai feltételek mellett folyik a termelés. A tőke átlagtermelékenysége most az $(Aba^{1/\psi}, \infty)$ intervallumban helyezkedik el. Amennyiben $m+n+\delta > sAba^{1/\psi}$ teljesül, az egyensúlyi növekedési pálya egzisztenciája a (2.2) egyenelet alapján biztosított. A fázisdiagram mindössze annyiban tér el a 2.1. ábrától, hogy a $\dot{\bar{k}}\left(\bar{k}\right)$ görbe az origó fölött metszi a függőleges tengelyt. A vízszintes tengellyel azonban továbbra is egyetlen metszéspontja van a görbe csökkenő szárán, így az egyensúlyi növekedési pálya stabil. Az egyensúlyi növekedési pálya mentén exogén növekedés jellemzi a gazdaságot.

$m+n+\delta \leq sAba^{1/\psi}$ esetén azonban alapvetően megváltoznak a modell tulajdonságai. A (2.2) egyenlet jobb oldalán álló kifejezés minden $\bar{k} > 0$ esetén pozitív, így nem jöhet létre az 1.4.1. szakaszban értelmezett egyensúlyi helyzet.

A $\dot{\bar{k}}\,(\bar{k})$ görbe most a 2.4. ábrán bemutatott alakot ölti.



2.4. ábra ENDOGÉN NÖVEKEDÉS CES FÜGGVÉNY MELLETT

Továbbra is érvényes, hogy $\tan\alpha = \hat{\bar{k}}$. Másrészt $\hat{\bar{k}} = s\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} - (m+n+\delta)$ alapján az egyes változók növekedési rátái a modellben endogén nagyságokként adódnak. Bár állandó ütemű növekedés ebben az esetben nem lehetséges, $\lim_{t\to\infty} \hat{\bar{k}} = \lim_{t\to\infty} \hat{\bar{y}} = sAba^{1/\psi} - (m+n+\delta)$ miatt a gazdaság tart a kiegyensúlyozott növekedési pálya felé. Szemügyre véve a 2.4. ábrát, az is látható, hogy minél alacsonyabb $\bar{k}$ értéke, annál magasabb ráta szerint növekszik a hatékony tőkeintenzitás, tehát egyfajta konvergencia ebben a modellben is tapasztalható. A jól viselkedő aggregát termelési függvényt alkalmazó modellel összehasonlítva ez az eredmény annyiban realisztikusabb, hogy az egyes változók által közelített növekedési ráta a modell több paraméterétől is függ. $\hat{Y} > m+n$ miatt most is teljesül a teljes foglalkoztatás (1.5) egyenlőtlenség által meghatározott feltétele.

2.4.1.3 A helyettesítés rugalmasságának szerepe

Az eddigi következtetések sejteni engedik, hogy egy gazdaság növekedési kilátásai annál kedvezőbbek, minél nagyobb a helyettesítés rugalmassága. Ezt a hipotézist igazolja Klump és de La Grandville (2000) tanulmánya. Az ebben közölt két tétel általánosítását fogom most bebizonyítani az említett tanulmányban adottnál egyszerűbb módon. Vezessük be a tőke átlagtermelékenységére a $h(\psi, \bar{k}) = \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}}$ jelölést. Az 1.2.3.3. pontban közölt formula deriválásával egyszerűen ellenőrizhető, hogy $\frac{\partial h}{\partial \psi} > 0$, és így $\frac{\partial \sigma}{\partial \psi} > 0$ miatt: $\frac{\partial h}{\partial \sigma} > 0$. Ez az eredmény azt jelenti, hogy a tőke átlagtermelékenysége annál nagyobb, minél magasabb a helyettesítés rugalmassága.

Foglalkozzunk először nagyfokú helyettesíthetőség feltevése mellett az $m + n + \delta \leq sAba^{1/\psi}$ esettel. Az előző pontban láttuk, hogy ekkor $\hat{\bar{k}} = sh(\psi, \bar{k}) - (m + n + \delta)$ teljesül, amiből $\frac{\partial h}{\partial \sigma} > 0$ miatt következik, hogy minél nagyobb a helyettesítés rugalmassága, annál magasabb az egységnyi hatékony munkára eső fizikai tőkejavak mennyiségének növekedési rátája. Figyelembe véve az $f(\bar{k})$ függvény szigorúan monoton növekvő jellegét, továbbá azt, hogy $\hat{\bar{y}} = \hat{y} - m$, a Klump és de La Grandville (2000) tanulmányában közölt első tétel általánosítását kapjuk. Eszerint, ha két gazdaság termelési technológiája egyaránt az (1.14) termelési függvénnyel írható le olymódon, hogy eltérés csupán ψ értékében, azaz a helyettesítés rugalmasságában mutatkozik, továbbá mindkét gazdaságban megegyezik a hatékony tőkeintenzitás, a megtakarítási hányad, az exogén technikai haladás rátája, valamint az amortizációs ráta, akkor a továbbiakban ott lesz magasabb az egységnyi munkára eső kibocsátás, ahol a helyettesítés rugalmassága magasabb.

Áttérünk az exogén növekedés esetére. A 2.4.1.1. pontban láttuk, hogy a modell paramétereinek mely értékei esetén fordul elő ez az eset. Az egyensúly fennállásának feltétele most a (2.3) egyenlet szerint $sh(\psi, \bar{k}) = m + n + \delta$ teljesülése. Mivel a helyettesítés rugalmasságának növekedésével a $\bar{k}$-ban szigorúan monoton csökkenő $h(\psi, \bar{k})$ függvény görbéje feljebb tolódik, σ nagyobb értéke esetén a hatékony tőkeintenzitás magasabb szintje szükséges a (2.3) egyensúlyi feltétel teljesüléséhez. Figyelembe véve az egyensúlyi helyzet stabilitását, az említett dolgozat második tételének általánosítását kapjuk: jellemezze két gazdaság termelési technológiáját egyaránt az (1.14) termelési függvény olymódon, hogy eltérés csupán ψ értékében, azaz a helyettesítés rugalmasságában mutatkozik, továbbá legyen azonos mindkét gazdaságban a hatékony tőkeintenzitás, a megtakarítási hányad, az exogén technikai haladás rátája, valamint az amortizációs ráta. Ekkor a hatékony tőkeintenzitás és az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás egyensúlyi értéke abban a gazdaságban lesz magasabb, ahol nagyobb a helyettesítés rugalmassága.

Az imént bizonyított két tétel egyrészt azért tekinthető a Klump és de

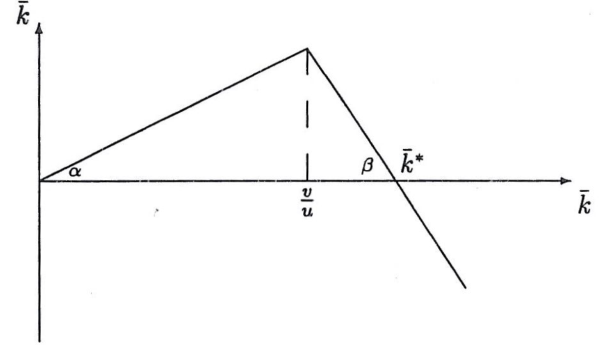
La Grandville (2000) tanulmányában közöltek általánosításának, mert mind az exogén technikai haladás, mind pedig az amortizáció jelenségét figyelembe veszi, másrészt a CES függvény általánosabb specifikációját alkalmazza. Ez az általánosabb specifikáció az 1.2.3.4. pontban mondottak alapján lehetővé teszi a CES és Leontief típusú termelési függvények paraméterei közti kapcsolat megvilágítását.

Hasonló, bár a jelen szakaszban bemutatottnál drámaibb szerepet játszik a helyettesítés rugalmassága a nem regenerálható természeti erőforrások figyelembe vétele esetén: Bessenyei és Suciu (2000).

2.4.2 Leontief típusú termelési függvény

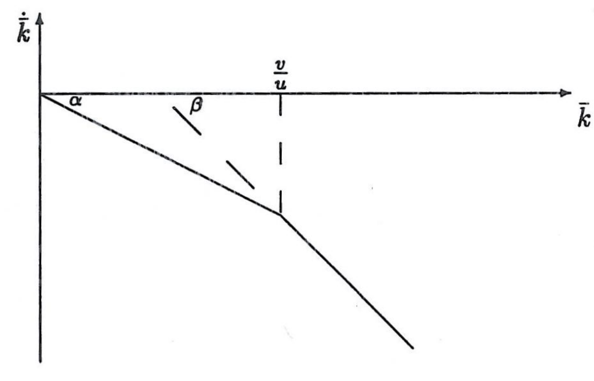
Vezessük most be az alapmodellbe az 1.2.3.4. pontban ismertetett Leontief típusú aggregát termelési függvényt. Behelyettesítve a (2.2) egyenletbe a termelési függvény (1.16) intenzív formáját, látható, hogy a gazdaság növekedési pályája attól függ, hogy $\bar{k}$ amortizációs rátája milyen viszonyban áll az $\frac{s}{v}$ hányadossal. Először azt az esetet vizsgáljuk meg, amikor $m + n + \delta < \frac{s}{v}$. A (2.2) differenciálegyenlet által definiált dinamikus rendszer egyensúlyi helyzete most egyértelműen létezik, és érvényesek a 2.1. táblázatban feltüntetett adatok, azaz exogén növekedés áll fenn. Igaz továbbá, hogy $\bar{k}^* > \frac{v}{u}$, így egyensúlyban: $\frac{\partial \dot{\bar{k}}}{\partial \bar{k}} = -(m + n + \delta) < 0$, ami az 1.4.2.2. pontban mondottak szerint azt jelenti, hogy az egyensúlyi helyzet stabil. A modell 2.5. ábrán bemutatott fázisdiagramja nagyfokú hasonlóságot mutat a 2.1. ábrával. A 2.5. ábrán $\tan\alpha = \frac{s}{v} - (m + n + \delta)$, és $\tan\beta = m + n + \delta$, ugyanakkor $\frac{v}{u} < \bar{k}^*$ miatt kihasználatlan fizikai tőkejavak vannak a gazdaságban, sőt ezek mennyisége növekszik. Mivel ebben a helyzetben $\hat{Y} = m + n$, a munkapiac egyensúlya az (1.5) feltétel szerint lehetséges. Másrészt $\hat{y} = m$ miatt exogén növekedés tapasztalható.

Más a helyzet, ha $m + n + \delta > \frac{s}{v}$. Ekkor az egységnyi hatékony munkára eső tőke minden nullánál nagyobb értéke esetén: $sf(\bar{k}) < (m + n + \delta)\bar{k}$, így a (2.2) egyenlet szerint $\forall \bar{k} > 0 : \dot{\bar{k}} < 0$. Ebben az esetben a $\dot{\bar{k}}(\bar{k})$ görbe



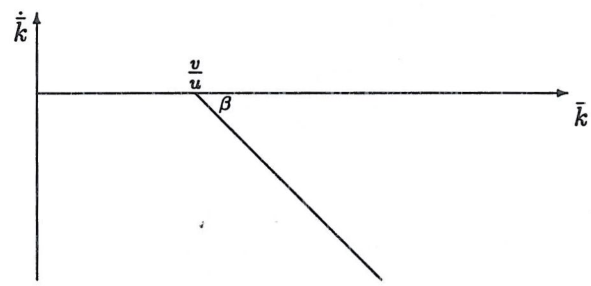
2.5. ábra STABIL EGYENSÚLY $\sigma = 0$ ESETÉN

futása a 2. 6. ábrán bemutatottnak megfelelő. Továbbra is érvényes, hogy $\tan\alpha = \frac{s}{v} - (m+n+\delta)$, és $\tan\beta = m+n+\delta$. A görbe a 2.3. ábrán láthatóra hasonlít, a gazdaság itt is endogén növekedés során tart az összeomlás felé.



2.6. ábra A GAZDASÁG ÖSSZEOMLÁSA $\sigma = 0$ ESETÉN

Különösen érdekes az $m+n+\delta = \frac{s}{v}$ eset. Ekkor a (2.2) egyenlet szerint $\forall \bar{k} \in [0, \frac{v}{u}]$: $\dot{\bar{k}} = 0$, tehát egyensúlyi minden olyan növekedési pálya, melyre: $0 < \bar{k}^* \leq \frac{v}{u}$. Ezen egyensúlyi növekedési pályák közül különösen lényeges az, amelyiken $\bar{k}^* = \frac{v}{u}$, ekkor ugyanis nincsenek kihasználatlan kapacitások a termelésben. $\bar{k} < \frac{v}{u}$ esetén a gazdaság nem használja ki a rendelkezésére álló munka mennyiségét, és $\dot{\bar{k}} = 0$ miatt nincs is olyan mechanizmus a gazdaságban, mely azt a teljes foglalkoztatást jelentő $\bar{k} = \frac{v}{u}$ állapot felé mozgatná. Az 1.1.5. szakaszban mondottak szerint ebben a helyzetben $\hat{Y} > m+n$ lenne szükséges a munkanélküliség véges időn belül történő felszámolásához, ám ez az egyenlőtlenség nem teljesül. Ez a jelenség azon keynesi állítás dinamikus illusztrációjának is tekinthető, mely szerint a gazdaság olymódon is tartós egyensúlyban lehet, hogy a munkapiacon egyensúlytalanság van. Figyelemre méltó, hogy most ez a jelenség azon feltevés mellett fordul elő, hogy minden megtakarítás automatikusan beruházássá válik. Mivel a teljes foglalkoztatást biztosító egyensúlyi növekedési pálya esetén a (2.2) differenciálegyenletben $\bar{k}$ együtthatója zérus, dinamikus rendszerről az 1.4. alfejezetben bevezetett értelemben nem beszélhetünk, így nem alkalmazható a stabilitás vizsgálatának 1.4.2. szakaszban leírt módszere. E fontos növekedési pálya stabilitási tulajdonságaira legegyszerűbben fázisdiagram segítségével lehet következtetni.



2.7. ábra A TELJES FOGLALKOZTATÁS LEHETŐSÉGE

A 2.7. ábrán bemutatott fázisdiagramról megállapítható, hogy $\bar{k} > \frac{v}{u}$ esetén $\dot{\bar{k}} < 0$. Ez az eredmény úgy értelmezhető, hogy amennyiben kihasználatlan tőkejavak vannak a gazdaságban, azok mennyisége csökken. Ha azonban $\bar{k} < \frac{v}{u}$, akkor $\dot{\bar{k}} = 0$, tehát munkanélküliség esetén semmi nem történik, ami annak nagyságát mérsékelné. Mindez egyfajta sajátságos féloldali stabilitásként is értelmezhető. Megjegyzendő, hogy a kihasználatlan tőkejavak állományának csökkenését ezúttal nem a vállalkozók beruházási döntése okozza, hanem a megtakarítási hányad elégtelen nagysága.

Az elmondottak összegzéseképpen megállapítható, hogy a kiegyensúlyozott növekedés feltétele $m + n + \delta = \frac{s}{v}$ teljesülése, a teljes foglalkoztatásé pedig az (1.5) egyenlőtlenség mellett a $\bar{k} = \frac{v}{u}$ egyenlőség, és nem tartalmaz olyan mechanizmust a modell, mely ezek teljesülését biztosítaná.

2.5 Autonóm beruházási függvény

Ebben a szakaszban visszatérek a valamennyi Inada-feltételt egyidejűleg kielégítő, jól viselkedő aggregát termelési függvényhez, de az $I = sY$ egyenletet autonóm beruházási függvénnyel helyettesítem. A beruházási függvény autonómiáján annak megtakarításoktól való függetlenségét értem. Az első szakaszban bebizonyítom, hogy ebben az esetben a 2.1. alfejezetben bemutatott alapmodell elveszti stabilitását.

Már a 2.4.2. szakasz olvasása során felmerülhetett a gyanú, hogy nem a harrodi gondolatok húzódnak-e meg a neoklasszikus konstrukció ilyen irányú kiterjesztése mögött. Könnyen lehet, hogy ez a gyanú a következőkben tovább erősödik majd, ezért szükséges az itt tárgyalt modellek egzakt elhatárolása a közismert postkeynesi konstrukcióktól, Harrod és Domar gondolati rendszereitől. Erre kerül sor a második szakaszban.

2.5.1 Instabilitás

Mivel most a különféle változók különböző időpontokra vonatkoznak, az egyértelműség érdekében ebben a szakaszban az egyes változók után zárójelben feltüntetem, hogy melyikre.

Az autonóm beruházási függvény legegyszerűbb alakjának levezetése érdekében tegyük fel, hogy a vállalkozók igyekeznek a tőke-kibocsátás arányt, egy a műszaki feltételek által meghatározott konstans szinten tartani. Ez azt jelenti, hogy az 1.1.4. szakaszban bevezetett kiegyensúlyozott növekedés megvalósítására törekszenek. Ezek szerint a vállalkozók célja minden időpontban a $K(t) = vY(t)$ egyenlőség biztosítása, ahol v a termelés technikai feltételeit kifejező konstans. Az iménti egyenlőség mindkét oldalát az idő szerint differenciálva a nettóberuházások nagyságára a közismert akcelerátor egyenletet kapjuk: $\dot{K}(t) = v\dot{Y}(t)$, és $v = K(t)/Y(t)$ miatt: $\dot{K}(t) = \hat{Y}(t)K(t)$. Érdemes ezt az utóbbi differenciálegyenletet részletesebben is felírni: $\lim_{\Delta T \to 0} \frac{K(t+\Delta T)-K(t)}{\Delta T} = \frac{K(t)}{Y(t)} \lim_{\Delta T \to 0} \frac{Y(t+\Delta T)-Y(t)}{\Delta T}$. Problémánk most az, hogy a t időpontban a vállalkozók még nem tudják, mekkora lesz a kibocsátás a $t + \Delta T$ időpontban, csak erre vonatkozó várakozással élhetnek. Ezért egyenletünkben $\hat{Y}(t)$ a kibocsátás vállalkozók által anticipált növekedési rátáját jelenti. Jelölje ezt a nagyságot a továbbiakban $\gamma_Y^E(t+\Delta T)$, utalva a jelöléssel arra, hogy e növekedési ráta meghatározásához a kibocsátás $t+\Delta T$ időpontbeli nagyságára vonatkozó anticipáció kialakítása szükséges. Ekkor a nettóberuházások volumene a következőképpen írható fel: $\dot{K}(t) = \gamma_Y^E(t+\Delta T)K(t)$. Mindkét oldalt elosztva a hatékony munka mennyiségével: $\frac{\dot{K}(t)}{L(t)} = \gamma_Y^E(t+\Delta T)\bar{k}(t)$. A (2.1) összefüggés felhasználásával a (2.2) egyenlet helyett most a következőket írhatjuk: $\dot{\bar{k}}(t) = \left[\gamma_Y^E(t+\Delta T) - (m+n)\right]\bar{k}(t)$. A legfontosabb eltérés az, hogy imént levezetett differenciálegyenletünk a vállalkozói várakozásokat is figyelembe veszi. Amennyiben feltesszük, hogy a vállalkozók a munkakínálat növekedési rátájának és az exogén technikai haladás ütemének változatlanságára számítanak, az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás anticipált növekedési rátája: $\gamma_{\bar{y}}^E(t+\Delta T) = \gamma_Y^E(t+\Delta T) - (m+n)$, és így az iménti differenciálegyenlet az alábbi formát ölti:

$$\dot{\bar{k}}(t) = \gamma_{\bar{y}}^E(t+\Delta T)\bar{k}(t). \tag{2.4}$$

Már ebből is látszik, hogy az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyisége csakis abban az esetben maradhat konstans, ha a vállalkozók az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás változatlan növekedési rátájára számítanak.

Az idő szerint vett derivált egyszerűbb jelölése érdekében vezessük be a $\gamma_{\bar{y}}(t) = \hat{\bar{y}}(t)$ szimbólumot. Várakozásaik kialakítása során a vállalkozók tehát egy ΔT időintervallummal későbbi időpont növekedési rátáját igyekeznek közelíteni. Tegyük fel, hogy a vállalkozói várakozások képzési szabályát a $\gamma_{\bar{y}}$ függvény elsőrendű Taylor-polinomja írja le:

$$\gamma_{\bar{y}}^E(t+\Delta T) = \gamma_{\bar{y}}(t) + \Delta T\dot{\gamma}_{\bar{y}}(t), \tag{2.5}$$

ahol $\dot{\gamma}_{\bar{y}}(t)$ az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás növekedési rátájának idő szerint vett deriváltja. A várakozások kialakításának ezt a módját Molnár és Szidarovszky (1995) extrapolatív becslésnek nevezik. Felhasználva most a Solow modelljében is alkalmazott $\bar{y}(t) = f(\bar{k}(t))$ lineárisan homogén aggregát termelési függvényt: $\gamma_{\bar{y}}(t) = \frac{f'(\bar{k}(t))}{f(\bar{k}(t))}\dot{\bar{k}}(t)$, amiből $\dot{\bar{k}}(t) = \frac{f(\bar{k}(t))}{f'(\bar{k}(t))}\gamma_{\bar{y}}(t)$. Behelyettesítve a (2.4) egyenletet: $\gamma_{\bar{y}}^{E}(t+\Delta T)\bar{k}(t) = \frac{f(\bar{k}(t))}{f'(\bar{k}(t))}\gamma_{\bar{y}}(t)$ adódik, majd ebbe a (2.5) összefüggést, és $\dot{\gamma}_{\bar{y}}(t)$-t kifejezve a következő egyváltozós lineáris rendszerhez jutunk:

$$\dot{\gamma}_{\bar{y}}(t) = \frac{1}{\Delta T\bar{k}(t)}\left[\frac{f(\bar{k}(t))}{f'(\bar{k}(t))} - \bar{k}(t)\right]\gamma_{\bar{y}}(t). \tag{2.6}$$

Az 1.2.3.1. pontban tárgyalt jól viselkedő intenzív termelési függvény 4. tulajdonsága szerint a szögletes zárójelben szereplő kifejezés éppen $\frac{MP_L}{MP_K}e^{-mt}$-vel egyenlő, ami jól viselkedő aggregát termelési függvény esetén határozottan pozitív. Így az 1.4.1. szakaszban adott definíció szerint a fenti lineáris rendszer akkor van egyensúlyban, ha $\dot{\gamma}_{\bar{y}}(t) = 0$. Mivel az egyensúlyi helyzetben $\dot{\gamma}_{\bar{y}}(t)$ együtthatója pozitív, az 1.4.2.1. pontban mondottak szerint a modell instabil. Az instabilitás egyébként abból is látszik, hogy amennyiben az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás csökken ($\gamma_{\bar{y}}(t) < 0$), akkor ez a kibocsátás növekedési rátájának további csökkenését eredményezi ($\dot{\gamma}_{\bar{y}}(t) < 0$). A (2.4) egyenletből az is kitűnik, hogy ekkor $\bar{k}(t)$ értéke is csökken.

Simonovits (1996) cikkében fenntartásait hangoztatja a racionális várakozások hipotézisének térhódításával kapcsolatban. A hipotézis mélyenszántó bírálata egyébként megtalálható Weeks (1998) könyvében. További következtetéseket vonhatunk le, ha a (2.5) egyenletben alkalmazott extrapolatív becslést a vállalkozók racionális várakozásainak feltevésével helyettesítjük. Simonovits (1999) szerint ekkor „minden várt állapot megegyezik a *megfelelő*[1] időszak modellbeli tényleges értékével", ami modellünkben a (2.5) egyenlet helyett a következő alkalmazását jelenti: $\gamma_{\bar{y}}^{E}(t+\Delta T) = \gamma_{\bar{y}}(t+\Delta T)$. Behelyettesítve ezt a (2.4) differenciálegyenletbe, kapjuk, hogy $\dot{\bar{k}}(t) = \gamma_{\bar{y}}(t)\bar{k}(t)$. Figyelembe véve, hogy $\gamma_{\bar{y}}(t) = \frac{\dot{\bar{y}}(t)}{\bar{y}(t)}$, továbbá $\bar{y}(t) = f(\bar{k})$ miatt, $\dot{\bar{y}}(t) = f'(\bar{k}(t))\dot{\bar{k}}(t)$, a következő differenciálegyenlethez jutunk.

$$\dot{\bar{k}}(t) = \frac{\bar{k}(t)}{\bar{y}(t)}f'(\bar{k}(t))\dot{\bar{k}}(t).$$

[1] Simonovits András kiemelése.

Az f függvény jól viselkedő voltából következik, hogy ez az egyenlet csakis $\dot{k}(t) = 0$ esetén teljesül, vagyis a racionális várakozások bevezetésével a modell elveszti dinamikáját, így az egyensúlyi helyzet minden körülmények között megvalósul. Az így fenálló egyensúly mögött azonban az a feltevés húzódik meg, hogy a vállalkozói várakozások minden körülmények között teljesülnek.

2.5.2 Néhány megjegyzés a postkeynesi modellekkel kapcsolatban

Az utóbbi húsz évben a Harrod-Domar típusú modellek kikerültek a gazdasági növekedés kutatásának homlokteréből. Valószínűleg ez az egyik oka annak, hogy e szerzők gondolati rendszereivel kapcsolatban azóta mind a külföldi, mind pedig a hazai irodalomban számos vitatható megállapítás látott napvilágot, és terjedt el széles körben. Elegendő csupán Barro és Sala-i-Martin (1995) vagy Meyer és Solt (1999) könyveire utalni. Ezek szerint Harrod (1939) és Domar (1946) is az (1.15) termelési függvényt használták modelljeikben, és a 2.4.2. szakaszban mondottak e modellek rövid bemutatásának is tekinthetők. Ezt a vélekedést látszik alátámasztani a 2.4.2. szakasz azon következtetése is, mely szerint az egyensúly $\dot{k} = 0$ feltétele a munkapiac egyensúlytalansága mellett is tartósan fennállhat. Dolgozatomnak nem célja az imént említett postkeynesi modellek bemutatása, ezt korábbi tankönyvemben (Bessenyei (1995)) megtettem. Ugyanitt részleteztem a postkeynesi és neoklasszikus növekedéselméletek hasonló és eltérő vonásait. A 2.4.2. és 2.5.1. szakaszok azonban szükségessé teszik néhány vitatható álláspont tisztázását.

Foglalkozzunk először Harrod modelljével. Mindenekelőtt jó lesz leszögezni, hogy a 2.4.2. szakasz semmiképp sem tekinthető a harrodi gondolati rendszer bemutatásának. Egyrészt azért nem, mert a kibocsátást kínálati oldalon határozza meg, ami a keynesi elvekkel alapvetően ellentétes. Véleményem szerint Harrod modelljének Leontief-típusú termelési függvényre támaszkodó interpretációja Solow (1956) tanulmányának közzététele óta terjedt el az irodalomban. 1995-ben megjelent tankönyvemben Harrod modelljének bemutatása során sajnos magam is elkövettem azt a hibát, hogy a kibocsátás meghatározása során az (1.15) termelési függvényt alkalmaztam. A harrodi konstrukció korrekt ismertetését tartalmazza Mátyás (1999b).

Másrészt Allen (1967) szerint egy modell neoklasszikus vagy keynesi jellege éppen attól függ, hogy tartalmaz-e autonóm beruházási függvényt, vagy minden megtakarítás automatikusan beruházássá válik. A 2.4.2. szakaszban bemutatott konstrukció tehát azért sem tekinthető a harrodi gondolatok kielégítő interpretációjának, mert nem tartalmaz autonóm beruházási függvényt, s így a vállalkozói várakozásokat teljes mértékben figyelmen kívül hagyja.

Hasonlóképpen távol áll a harrodi elvektől a 2.5.1. szakaszban bemutatott modell. Itt ugyan megjelennek a vállalkozói várakozások, azonban a jól viselkedő, folytonos aggregát termelési függvény lehetővé teszi a termelési tényezők egymás közti rugalmas helyettesítését, ami Harrod feltevésével ellentétes. A kérdés ezek után az, hogy miért nem számol Harrod a tőke és munka egymás közti rugalmas helyettesítésének lehetőségével. Az (1.15) termelési függvényt alkalmazó interpretációk arra engednek következtetni, hogy a fizikai tőkejavak és a munka nem képesek egymást a termelés során helyettesíteni. Különösen kézenfekvőnek tűnik ez a feltevés technikai haladás hiányában, azaz $m = 0$ esetén. Ha viszont $m > 0$ teljesül, akkor $\dot{\bar{k}} = 0$ esetén az egységnyi munkára eső fizikai tőkejavak mennyisége növekszik, ami azt jelenti, hogy technikai haladás jelenlétében a tőke folyamatosan helyettesíti a munkát. Közelebb jutunk a valósághoz, ha a konstans hatékony tőkeintenzitás okának a tényezőárak merevségét tekintjük. Az 1.1. ábra tanulsága szerint jól viselkedő, folytonos termelési függvény esetén $\bar{k}$ megváltozása feltétlenül együtt jár a tényezőárarány megváltozásával. A rugalmatlan tényezőárak miatti merev tényezőarányra vonatkozó feltevés egyébként a keynesi elveknek is jobban megfelel.

Domar modelljével kapcsolatban mindenekelőtt tisztázni szükséges, hogy az jelentős mértékben különbözik Harrod konstrukciójától, bár az irodalom gyakran nem tesz különbséget köztük. A legfontosabb eltéréseket az alábbiakban foglalom össze:

1. Domar (1946) konstrukciója nem tartalmaz autonóm beruházási függvényt. Ez a hiányosság mégsem mond ellent a keynesi elveknek, ugyanis a modell nem a kibocsátás aktuális vagy garantált növekedési rátáját határozza meg, hanem a beruházások azon növekedési rátáját, mely a teljes foglalkoztatás fenntartásához szükséges. Domar következtetései annyiban keynesiánusak, amennyiben kétségét fejezi ki azzal kapcsolatban, hogy a magánberuházások valóban ilyen ütemben növekednek.

2. Semmiféle explicit feltevéssel nem él Domar sem a munka, sem pedig a hatékony munka növekedési rátájával kapcsolatban.

3. Eltérő a két modell egyensúlyfogalma. Míg Domar a kapacitások teljes kihasználása, elsősorban a teljes foglalkoztatás fennállása esetén beszél egyensúlyról, addig Harrod a vállalkozói várakozások teljesülését is megköveteli. Megjegyzendő, hogy az egyensúly mindkét értelmezése gyökeresen más, és (különösen Harrodé) sokkal mélyebb közgazdasági tartalommal bír, mint az 1.4.1. szakaszban adott definíció.

A fentiek alapján nyilvánvaló, hogy az előző két szakaszban bemutatott konstrukciók Domar gondolati rendszerétől is idegenek.

2.6 Következtetések

Ebben a fejezetben a megtakarítási hányad és autonóm beruházási függvény neoklasszikus alapmodellre gyakorolt hatásait vizsgáltam. Következtetéseimet az alábbiakban foglalom össze:

1. Az (1.13) Inada-feltételek megsértése esetén döntő szerepet kap a helyettesítés rugalmassága. Amennyiben ez az érték egynél nagyobb, s alacsony volta esetén exogén növekedés valósul meg, és az egyensúlyi növekedési pálya stabil. A megtakarítási hányad magasabb értéke esetén endogén növekedés következik be.

2. Ha a helyettesítés rugalmassága egynél kisebb, akkor s magasabb értéke

szükséges az egyensúlyi növekedési pálya stabilitásához exogén növekedés mellett. A megtakarítási hányad alacsonyabb értéke a gazdaság összeomlásához vezet. Az 2.4.2. szakaszban megmutattam, hogy ezek a megállapítások $\sigma = 0$ esetén is érvényesek.

3. Valamennyi Inada-feltétel egyidejű teljesülése esetén is elveszti stabilitását az egyensúlyi növekedési pálya, ha bevezetjük az autonóm beruházási függvényt.

4. A neoklasszikus alapmodell egyensúlyfogalma egybeesik a dinamikus rendszerek általános elméletében alkalmazottal (pl: Szidarovszky és Bahill (1992)). Ez az értelmezés azonban önmagában mélyebb közgazdasági tartalommal nem bír, mivel egyetlen piacon sem követeli meg az egymástól függetlenül meghatározódó kereslet és kínálat nagyságának megegyezését. Másrészt a (2.6) differenciálegyenlet által meghatározott dinamikus rendszer jó példa arra, hogy kellő körültekintéssel felépített modell esetén az egyensúly 1.4.1. szakaszban bevezetett fogalma mélyebb közgazdasági tartalmat nyerhet.

Az első két pontban megfogalmazottakhoz hasonlóan figyelemre méltó következtetéseket lehetne levonni a fentiekben bemutatott modellek többi paraméterének (pl: m, n, δ) fontosságával kapcsolatban is, ám dolgozatom célja elsősorban a megtakarítói viselkedés vizsgálata.

Nem foglalkoztam ebben a fejezetben a megtakarítási hányad vagy a többi paraméter megváltozásának következtében rövid távon jelentkező hatásokkal, és a továbbiakban is csak a lehető legkisebb mértékben érintem ezt a kérdést. Korábbi tankönyvemben (Bessenyei (1995)) részletesebben vizsgáltam a problémát, az ennél mélyebb elemzéshez szükséges eszközök, és számos következtetés megtalálhatók Barro és Sala-i-Martin (1995) könyvében.

Az önálló célokat követő gazdasági szereplők eliminálása különösen alkalmassá teszi a neoklasszikus alapmodellt arra, hogy a központi tervező által irányított megtakarítási illetve beruházási tevékenységet folytató gazdaság növekedési lehetőségeinek vizsgálatával foglalkozó modellek kiindulópontja gyanánt is szolgáljon. Ilyenekkel foglalkozik a következő fejezet.

3. A megtakarítási hányad központi tervezése

Ebben a fejezetben azzal a feltevéssel élünk, hogy a gazdaságban létezik egy központi tervező hatóság, mely a társadalmi jólét maximalizálására törekedve végzi a a megtermelt erőforrások allokációját. Ez az első két alfejezetben a megtakarítási hányad központi meghatározását jelenti, a továbbiakban pedig azt, hogy a kormányzat osztja szét a tőkejavakat az ágazatok közt. Különös jelentőséget ad e föltevésnek egyrészt az, hogy a központosított tervgazdaság víziója a gazdaság működési zavarainak megoldási lehetőségeként újra és újra felmerül, másrészt, hogy a neoklasszikus közgazdaságtan elmélete is gyakorta erőteljesen támaszkodik egy központi tervező hatóság feltételezésére. Példaként elegendő utalni Schleich (1999) azon megállapítására, hogy a környezetgazdálkodási politika formális vizsgálata során általánosan alkalmazott feltevés szerint a kormányzat a mindentudó, jóindulatú diktátor szerepét tölti be.

Az első két alfejezetben néhány közismert és egy saját kidolgozású (3.2.2. szakasz) példával illusztrálom a kormányzat gazdasági beavatkozásának szükségességét. Ezek a példák a 2.1. alfejezetben tárgyalt neoklasszikus alapmodell további kiterjesztéseinek is tekinthetők. A harmadik alfejezetben Feldman kétszektoros AK modelljét ismertetem, mely a tervezett gazdaság növekedésének egyik legkorábbi modellje. Jones (1975) e modellel kapcsolatban megjegyzi, hogy eredményei konzisztensek a Szovjetunió első két ötéves tervének tartalmával, és alkalmas keretet biztosít a szovjet gazdaság növekedési stratégiájának, különösen a nehézipar előtérbe helyezésének a vizsgálatához. A negyedik alfejezetben arra a kérdésre keresem a választ, hogy a tervgazdasági rendszer mely sajátosságai tették lehetetlenné a feldmani prognózis valóra válását, az ötödikben pedig e sajátosságok közül vezetem be a modellbe az általam legfontosabbnak tartottakat. Itt találhatók a fejezet legfontosabb önálló eredményei is.

3.1 Optimális megtakarítási hányad

Továbbra is fenntartjuk az s konstans voltára vonatkozó feltevést, azonban a megtakarítási hányadot ezúttal endogén nagyságnak fogjuk tekinteni. Feltesszük, hogy exogén növekedés mellett a központi tervező hatóság s értékét úgy választja meg, hogy az egyensúlyi növekedési pályán az egységnyi munkára eső fogyasztás által reprezentált életszínvonal maximális legyen. A 2.1. táblázat szerint az egyensúlyi növekedési pályán az egységnyi munkára eső fogyasztás növekedési rátája: $\hat{c} = m$. Mivel m a technikai haladás rátája, feltevésünk szerint exogén konstans, az egységnyi munkára eső fogyasztás akkor maximális, ha $c(0)$ maximális. Az egységnyi hatékony munkára eső fogyasztást $\bar{c}$-sal jelölve:

$$\bar{c} = \frac{c}{e^{mt}} = \frac{c(0)e^{mt}}{e^{mt}} = c(0). \tag{3.1}$$

Az előző fejezetben láttuk, hogy $\bar{c}$ egyensúlyi értéke változatlan, elegendő tehát megkeresnünk a megtakarítási hányad azon nagyságát, melyre ez az érték maximális. Az egyensúlyi növekedési pálya egzisztenciájából és unicitásából következően a megtakarítási hányad minden értékéhez egyértelműen megadható az egységnyi hatékony munkára eső fizikai tőkejavak mennyiségének egy olyan nagysága, melyre a (2.2) egyenlet teljesül. Jelölje az így definiált függvényt $\bar{k}(s)$. Megjegyzendő, hogy az egyensúlyi helyzetből következően e függvény értéke időben konstans. A (2.2) egyenletből az is kitűnik, hogy s növekedése esetén a 2.1. ábrán bemutatott függvény görbéje felfelé, vízszintes tengellyel vett metszéspontja pedig jobbra tolódik, tehát $\bar{k}'(s) > 0$. Másrészt $\bar{y} = f(\bar{k})$ miatt: $\bar{c} = f\left(\bar{k}(s)\right) - sf\left(\bar{k}(s)\right)$. Mivel az egyensúlyi növekedési pályán $sf\left(\bar{k}(s)\right) = (m+n+\delta)\bar{k}(s)$ teljesül, $\bar{c} = f\left(\bar{k}(s)\right) - (m+n+\delta)\bar{k}(s)$. Ekkor $\frac{d\bar{c}}{ds} = f'\left(\bar{k}(s)\right)\frac{d\bar{k}}{ds} -$

$(m+n+\delta)\frac{d\bar{k}}{ds}$, amiből $\bar{k}'(s) > 0$ miatt következik, hogy $\bar{c}$ akkor maximális, ha

$$f'\left(\bar{k}(s)\right) = m+n+\delta$$

teljesül, ami a tőke határtermelékenységének $\bar{k}$ amortizációs rátájával való egyenlőségét jelenti. Figyelembe véve a (2.3) egyenletet ez az eredmény úgy is felfogható, hogy az optimális megtakarítási hányad értéke megegyezik a tőke parciális termelési rugalmasságával.

Jól viselkedő termelési függvény esetén ilyen s egyértelműen létezik. A maximális társadalmi jólétet biztosító megtakarítási hányadra vonatkozó fenti kritériumot Phelps (1966) nyomán a tőkefelhalmozás aranyszabálya néven ismeri az irodalom. Behelyettesítve az (1.10) egyenletet, az is látszik, hogy $\bar{c}$ abban az esetben maximális, ha a kamatláb megegyezik a hatékony munka növekedési rátájával.

Foglalkozzunk most azzal az esettel, amikor a megtakarítási hányad az optimálisnál nagyobb, tehát $f'\left(\bar{k}(s)\right) < m+n+\delta$ teljesül. Ekkor $\bar{c} = (1-s)f(\bar{k})$ miatt s csökkenése $\bar{c}$ növekedését váltja ki hosszú távon. Mivel pedig a megtakarítások csökkenésével egyidejűleg nő a fogyasztás, az életszínvonal javulása azonnal bekövetkezik. Amennyiben tehát a megtakarítási hányad nagyobb a tőkefelhalmozás aranyszabálya által meghatározott értéknél, a gazdaság növekedési pályája nem Pareto-optimális abban az értelemben, hogy létezik egy másik növekedési pálya, melyen az egységnyi munkára eső fogyasztás nagysága mind a jelenben, mind pedig az összes jövőbeni időpontban nagyobb.

Nem ilyen egyértelmű a helyzet, ha s értéke az optimálisnál kisebb. Ebben az esetben a megtakarítási hányad növelése ugyan az egységnyi munkára eső fogyasztás növekedését eredményezi hosszú távon, azonban s növelésének azonnali hatása $\bar{c}$ értékének a csökkenése. Az utóbbi állítás a következőképpen látható be: Legyen $\dot{s} \neq 0$, azaz megengedjük a megtakarítási határhajlandóság értékének a megváltozását. Ekkor $\bar{c} = (1-s)f(\bar{k})$ miatt $\dot{\bar{c}} = (1-s)f'(\bar{k})\dot{\bar{k}} - \dot{s}f(\bar{k})$. Mivel egyensúly esetén a jobb oldalon álló első tag zérus, a megtakarítási hányad növekedésének azonnali hatása $\bar{c}$ csökkenése. Az első tag csak akkor válik pozitívvá, amikor a megtakarítások növekedésének hatására a fizikai tőkejavak állománya gyorsabban nő a hatékony munka növekedési rátájánál. Mivel nincs arra vonatkozó információ, hogy miként értékelik a háztartások fogyasztásuk jelenbeni csökkenését annak jövőben várható növekedésével szemben, e szituáció Pareto-optimalitásáról semmit nem mondhatunk. A helyzet értékelését megkönnyíti, ha rendelkezünk valamiféle információval arra vonatkozóan, hogy a megtakarítási hányad növelése után mennyi idő múlva alakul ki az új, magasabb $\bar{c}$ értékkel jellemezhető egyensúlyi helyzet. Az új egyensúlyi növekedési pálya felé tartó gazdaság konvergenciasebességének becslésével először Sato (1963) foglalkozott, újabban pedig Mankiw és szerzőtársai (1992). Mindkét tanulmány szerint egy emberöltőnél is hosszabb időt vesz igénybe az új egyensúlyi helyzet kialakulása.

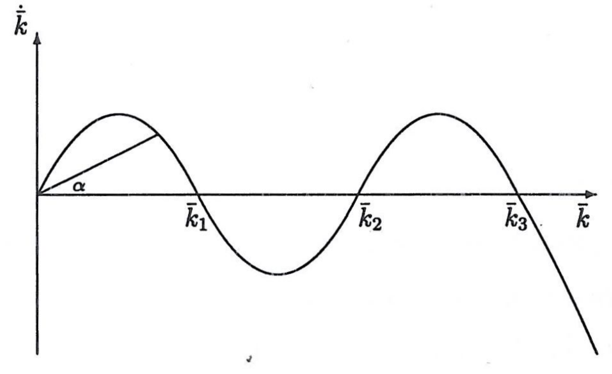
Hasonló következtetések adódnak a 2.4.1. és 2.4.2. szakaszokban tárgyalt modellek esetében. Különösen a drámai a helyzet CES típusú termelési függvény mellett, ha $\psi < 0$ és $m + n + \delta \geq sAba^{\frac{1}{\psi}}$, illetve Leontief típusú termelési függvény esetén, amennyiben $m+n+\delta > \frac{s}{v}$. Ezekben az esetekben az összeomlás elkerülése csak s növelésével lehetséges, ami $\bar{c}$ azonnali csökkenését eredményezi. Kedvezőbb az endogén növekedés előző fejezetben tárgyalt bármelyik esete, ott ugyanis a megtakarítási hányad növelésének azonnali hatásaként $\hat{\bar{c}}$ is növekszik.

3.2 Az alacsony szintű egyensúly csapdája

Az alacsony szintű egyensúly csapdája akkor jelentkezik, ha $\bar{k}$ több különböző értéke mellett is teljesül a $\dot{\bar{k}} = 0$ egyensúlyi feltétel, és az egységnyi hatékony munkára eső tőke alacsonyabb értékénél stabilitás áll fenn. Ez bekövetkezhet azért, mert nem teljesül az (1.13) Inada-feltételek mindegyike, vagy mert a megtakarítási hányad nem konstans, azaz $\frac{\partial s}{\partial \bar{k}} \neq 0$. Az eltérő okok következményeit két külön szakaszban tárgyalom.

3.2.1 Változó megtakarítási hányad

A következő fejezetben ki fog derülni, hogy az $s(\bar{k})$ függvény meghatározása számos nehézséget vet föl, ezért a specifikációtól ebben a szakaszban eltekintek. Amennyiben létezik $\bar{k}$ és így $\bar{y}$ értékeinek is egy olyan folytonos tartománya, melyre a megtakarítási hányad növekvő, előfordulhat, hogy a $\dot{\bar{k}}(\bar{k})$ görbének három zéróhelye van, amint ez a 3. 1. ábrán látható. Egy ilyen tartomány létezése egyébként a keynesi elvekkel is összhangban áll.



3.1. ábra AZ ALACSONY SZINTŰ EGYENSÚLY CSAPDÁJA

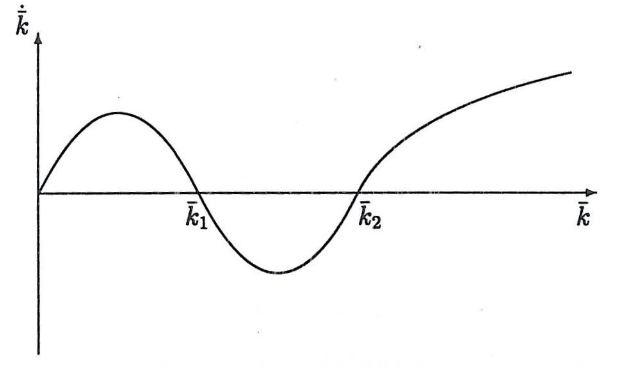
Ebben a helyzetben több egyensúlyi növekedési pálya is létezik, melyeken az egyes változók növekedési rátái azonosak a 2.1. táblázatban közöltekkel. Eltérés csupán $\bar{k}$, $\bar{y}$ és $\bar{c}$ egyensúlyi értékeiben mutatkozik. Az 1.4.2.2. pontban mondottak alapján könnyen ellenőrizhető, hogy a $\bar{k}_1$ és $\bar{k}_3$ hatékony tőkeintenzitás mellett adódó egyensúlyi növekedési pályák stabilak, a $\bar{k}_2$ mellett adódó azonban nem. Tegyük fel, hogy a $\bar{k}_1$ mellett adódó egyensúlyi növekedési pálya valamilyen jellemzője (pl. $\bar{c}$ alacsony volta) miatt diszpreferált a $\bar{k}_3$ mellett adódóval szemben. Ekkor az áttérés olyan növekedési pályára, melyen $\bar{k}$ egyensúlyi értéke magasabb, komoly nehézségbe ütközik. Amennyiben ugyanis a kormányzat gazdasági beavatkozása növeli $\bar{k}$ nagyságát, de nem sikrül azt $\bar{k}_2$ értéke fölé emelni, a (2.2) differenciálegyenlet által meghatározott egyensúlyteremtő mechanizmus visszatéríti a gazdaságot a diszpreferált növekedési pályára. Az alacsony szintű egyensúly e csapdájából történő kitörés csak egy $\bar{k}_2 - \bar{k}_1$ mértéket meghaladó „nagy ugrás" révén lehetséges.

A fentiekből több fontos gazdaságpolitikai következtetés adódik. Ezek egyike az alulfejlett gazdaságok külső támogatásához kapcsolódik. Amennyiben egy alacsony egyensúlyi $\bar{k}$ értékkel jellemezhető gazdaság valamilyen külső forrásból (pl. egy nemzetközi pénzügyi szervezettől) pótlólagos tőkéhez jut, nem biztos, hogy ez a segítség a rövidtávú nehézségek enyhítésén túl, hosszú távon is növelni képes az egységnyi hatékony munkára eső fizikai tőkejavak mennyiségét. A gyakorlati alkalmazás szempontjából további problémát jelent, hogy nem lehet tudni sem azt, hogy létezik-e a meglevő alacsony szintű egyensúlyi növekedési pályán kívül másik egyensúlyi növekedési pálya, sem pedig azt, hogy amennyiben a 3. 1. ábrán bemutatott szituáció jellemzi a gazdaságot, mekkora $\bar{k}_2$ értéke. Utóbbi ismerete viszont döntő jelentőségű, hisz amennyiben a külső tőkebevonás nem biztosítja $\bar{k}_2$ elérését, az egységnyi hatékony munkára eső fizikai tőkejavak mennyisége visszaesik a korábbi alacsonyabb értékre. Ha viszont sikerül a $\bar{k}_2$ szintet bármilyen csekély mértékben is meghaladni, a gazdaság további külső tőke bevonása nélkül képes eljutni a $\bar{k}_3$-mal jellemezhető új egyensúlyi növekedési pályára.

Amennyiben a gazdaságpolitika a megtakarítási hányad növelése révén kísérli meg a kitörést az alacsony szintű egyensúly csapdájából, ez a 3.1. ábrán bemutatott $\dot{\bar{k}}(\bar{k})$ görbe felfelé történő elmozdulását eredményezi, melynek következtében $\bar{k}_1$ értéke növekszik. Ez gazdaságpolitikai szempontból a kívánatos irányba történő elmozdulásként értékelhető, ám nem feltétlenül jelent végleges megszabadulást a szegénység csapdájából. Ha viszont s növekedése elég nagy ahhoz, hogy a $\dot{\bar{k}}(\bar{k})$ görbe felfelé tolódása következtében a három zérushelyből csak egy marad, teljesülhet a gazdaságpolitika magasabb egyensúlyi $\bar{k}$ érték elérésére irányuló célja. Ha pedig ezek után s nagysága eredeti értékére csökken, ez ugyan $\bar{k}$ egyensúlyi értékének csökkenését is eredményezheti, mégsem kerül vissza a gazdaság a szegénység korábbi állapotába, akkor sem, ha a 3.1. ábrán bemutatott helyzet visszaáll.

A megtakarítási hányad növekedéséhez hasonló következményekkel jár m, n vagy δ értékének csökkenése is.

A teljesebb tárgyalás érdekében megjegyzem, hogy az alacsony szintű egyensúly csapdája akkor is létrejöhet, ha a $\dot{\bar{k}}(\bar{k})$ görbe a 3.1. ábrán bemutatott alakkal szemben más formát vesz fel. Inkább példa gyanánt mutatok be további két lehetséges esetet. A 3. 2. ábrán a megtakarítási hányad $\bar{k}$ növekedésével eleinte változatlan, majd csökken, aztán pedig növekszik. Mindezek miatt a gazdaság – amennyiben sikerül kikerülnie az alacsony szintű egyensúly csapdájából – az endogén növekedés állapotába jut.



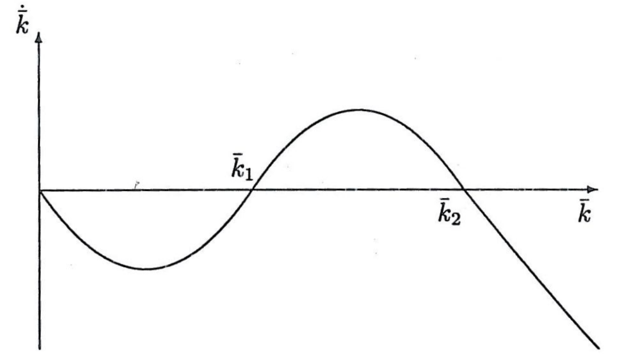
3.2. ábra ENDOGÉN NÖVEKEDÉS LEHETŐSÉGE

A 3.3. ábrán bemutatott helyzet akkor következhet be, ha $\bar{k}$ növekedésével a tőke határtermelékenysége eleinte növekszik, majd csökken, miközben s konstans vagy a tőke határtermelékenységével megegyező irányba mozog. Most a $\bar{k}_2$ melletti egyensúlyi növekedési pálya stabil, azonban szükséges hangsúlyozni, hogy a stabilitás csupán lokális. Amennyiben valamilyen exogén tényező az egységnyi hatékony munkára eső fizikai tőkejavak mennyiségét $\bar{k}_1$ értéke alá csökkenti, a gazdaság az összeomlás felé halad: $\bar{k} \to 0$.

3.2.2 Konvex intenzív termelési függvény

A 2.3. alfejezetben az AK modell vizsgálata során a szigorúan konkáv intenzív termelési függvényt lineáris függvénnyel helyettesítettem. Ebben a szakaszban azt vizsgálom meg, mi a helyzet abban az esetben, ha az intenzív termelési függvény konvex.

Úgy vélem, e vizsgálathoz célszerű az előző fejezetben bevezetett Cobb-Douglas típusú aggregát termelési függvény következő, módosított formáját



3.3. ábra AZ ÖSSZEOMLÁS LEHETŐSÉGE

alkalmazni: $Y = AK^{\alpha}\bar{L}^{1-\alpha} + B\bar{L}$, ahol $\alpha > 1$ és $B \geq 0$. Ekkor az intenzív termelési függvény: $\bar{y} = f(\bar{k}) = A\bar{k}^{\alpha} + B$. Mivel $f'(\bar{k}) = \alpha A\bar{k}^{\alpha-1} > 0$, továbbá az (1.8) egyenletből adódóan $MP_{\bar{L}} = f(\bar{k}) - \bar{k}f'(\bar{k}) = (1-\alpha)A\bar{k}^{\alpha} + B$, az egységnyi hatékony munkára eső tőke alacsony értékei esetén $\bar{L}$ határtermelékenysége pozitív. A neoklasszikus alapmodell (2.2) alapegyenletéből következően az egyensúly feltétele ebben az esetben $\frac{\dot{\bar{k}}}{\bar{k}} = s\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} - (m+n+\delta) = sA\bar{k}^{\alpha-1} + \frac{sB}{\bar{k}} - (m + n + \delta) = 0$ teljesülése. Mivel a tőke átlagtermelékenységére most érvényes, hogy $\lim_{\bar{k}\to 0} \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = \infty$, továbbá $\lim_{\bar{k}\to\infty} \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = \infty$, az $\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}}$ függvénynek minimuma van. A (2.3) egyenletből következik, hogy egyensúly csakis akkor állhat fenn, ha a tőke átlagtermelékenysége e minimumpontban nem nagyobb, mint $m + n + \delta$. A minimumpont meghatározásához vegyük a tőke átlagtermelékenységének $\bar{k}$ szerinti deriváltját: $A(\alpha - 1)\bar{k}^{\alpha-2} - \frac{B}{\bar{k}^2} = \frac{1}{\bar{k}^2}[A(\alpha - 1)\bar{k}^{\alpha} - B] = 0$, amiből a tőke átlagtermelékenységének minimumhelye:

$$\bar{k}_0 = \left[\frac{B}{(\alpha-1)A}\right]^{\frac{1}{\alpha}}. \tag{3.2}$$

Visszahelyettesítve $\bar{k}_0$-t a tőke átlagtermelékenységi függvényébe, az egyensúly létezésének a következő feltételét kapjuk:

$$sA\left[\frac{B}{(\alpha-1)A}\right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} + sB\left[\frac{(\alpha-1)A}{B}\right]^{\frac{1}{\alpha}} \leq m + n + \delta. \tag{3.3}$$

Egyenlőség esetén egy, egyenlőtlenség esetén két egyensúlyi pont adódik.

Foglalkozzunk először azzal az esettel, amikor az egyensúly unicitása biztosított. Ekkor: $\bar{k}^* = \left[\frac{B}{(\alpha-1)A}\right]^{\frac{1}{\alpha}}$. A stabilitás vizsgálatához linearizáljuk a modell mozgásegyenletét $\bar{k}^*$ környezetében: $\dot{\bar{k}} \approx [sf'(\bar{k}^*) - (m+n+\delta)](\bar{k} - \bar{k}^*)$. Ha a szögletes zárójelben álló kifejezés nem zérus, akkor a stabilitás feltétele $sf'(\bar{k}^*) < m+n+\delta$ teljesülése. Behelyettesítve a (3.2) egyenletet, kapjuk, hogy

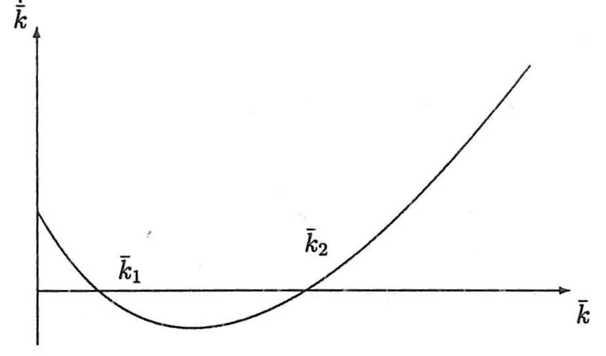
$$sf'(\bar{k}^*) - (m+n+\delta) = s\alpha A\left[\frac{B}{(\alpha-1)A}\right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - (m+n+\delta).$$

Alkalmazva továbbá a (3.3) egzisztenciafeltételt, mely most egyenlőség formájában teljesül:

$$sf'(\bar{k}^*) - (m+n+\delta) = s\alpha A\left[\frac{B}{(\alpha-1)A}\right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - sA\left[\frac{B}{(\alpha-1)A}\right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - sB\left[\frac{(\alpha-1)A}{B}\right]^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Mivel a jobb oldalon álló kifejezés zérus, a linearizált rendszer stabilitási tulajdonságai alapján nem lehet a nem-lineáris rendszer stabilitására következtetni. Tudjuk viszont, hogy az egyensúlyi pontban $s\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}}$ minimális, továbbá, hogy $m+n+\delta$-val egyenlő. Így a modell mozgásegyenletéből következik, hogy az egyensúlyi ponton kívül $\dot{\bar{k}} > 0$. Az egyensúlyi pontot tehát egyfajta féloldali stabilitás jellemzi: ha $\bar{k}$ értéke elmarad az egyensúlyi értéktől, akkor a gazdaság az egyensúlyi növekedési pálya felé közelít, $\bar{k} > \bar{k}^*$ viszont az egységnyi hatékony munkára eső tőke további növekedését eredményezi, ami távolodást jelent az egyensúlyi helyzettől. A fázisdiagram hasonló az 1.3. ábrán bemutatotthoz, a hatékony tőkeintenzitás nagyságát ott természetesen y jelöli.

Hasonló módon látható be, hogy amennyiben a (3.3) feltétel egyenlőtlenség formájában teljesül, két egyensúlyi növekedési pálya adódik. A $\bar{k}_1$ melletti egyensúlyi helyzet stabil, a $\bar{k}_2$ melletti pedig instabil. Ebben az esetben ismét megjelenik az alacsony szintű egyensúly csapdája. A fázisdiagram a 3.4. ábrán látható. Az alacsony szintű egyensúly csapdájából történő kitöréshez ezúttal is az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyiségének $\bar{k}_2 - \bar{k}_1$ mértékű növekedése szükséges, ennek eredménye azonban most nem egy magasabb $\bar{k}$ értékkel jellemezhető egyensúlyi növekedési pálya, hanem endogén növekedés.



3.4. ábra ISMÉT AZ ALACSONY SZINTŰ EGYENSÚLY CSAPDÁJA

A megtakarítási hányad növekedése ezúttal is kiutat jelenthet az alacsony szintű egyensúly csapdájából. Amennyiben s növekedésének következtében a (3.3) egyenlőtlenség nem teljesül, a modellben megszűnik az állandó ütemű növekedés lehetősége, a gazdaság endogén növekedési pályára kerül. A 3.4. ábrán ez a görbe vízszintes tengely fölé történő elmozdulását jelenti.

Mivel $MP_{\bar{L}} = (1-\alpha)A\bar{k}^{\alpha} + B$, a (3.2) egyenlet alkalmazásával látható, hogy $\bar{k} < \bar{k}_0$ esetén $MP_{\bar{L}} > 0$, míg $\bar{k} > \bar{k}_0$ esetén $MP_{\bar{L}} < 0$. Amennyiben a reálbér nagyságát továbbra is a munka határtermelékenysége határozza meg, úgy $\bar{k}$ értékének növelésével w csökken, ami további nehézségeket vet fel az alacsony szintű egyensúly csapdájából történő kitörés során.

Az eddigiek alapján úgy tűnik, hogy az alacsony szintű egyensúly csapdájának jelensége, illetve az optimális megtakarítási hányad elérésének és fenntartásának szükségessége indokolttá teszi s értékének központi meghatározását. A fejezet hátralévő részében egy ilyen modellt teszek vizsgálat tárgyává.

3.3 Egy kétszektoros AK modell

Ebben az alfejezetben Feldman (1928) modelljének egy módosított változatát ismertetem, mely a korai szovjet gazdaság növekedési lehetőségeit vizsgálja. Spulber (1964) könyvében arról ír, hogy Feldman eredményei nem nyerték el a sztálini vezetés elismerését. A modell nyugaton is csak későn, Domar (1957) könyvének megjelenése után vált ismertté. A hazai irodalomban Andorka (1967) könyvében található meg Feldman konstrukciójának bemutatása, és korábbi könyvemben (Bessenyei (1995)) magam is ismertettem. A modell alábbi interpretációja elsősorban annyiban tér el a fent említettektől, hogy a gazdaság viselkedését – az eddigiekhez hasonlóan – egy nem-lineáris rendszer írja le. Ennek következtében lehetővé válik a modell továbbfejlesztése, amire a 3.5. alfejezetben fog sor kerülni.

A feltevések az alábbiak:

1. Az egyes szektorok aggregát termelési függvénye a következő: $Y_i = A_i K_i$, és $i = 1, 2$.

2. $I = Y_1$, tehát az első szektor állítja elő a beruházási javak összességét, továbbá: $I_1 = \mu Y_1$, vagyis a bruttóberuházások μ-ed részét helyezik üzembe az 1. szektorban. μ mindenkori értékét a központi tervező hatóság szabja meg. Nem tételezzük fel μ konstans voltát.

3. A tőke nem képlékeny abban az értelemben, hogy amennyiben egy berendezést valamelyik szektorban üzembe helyeztek, az később nem vihető át a másikba.

4. $C = Y_2$, tehát a fogyasztási javak termelését a 2. szektor végzi. Az előző feltevésből következik, hogy a bruttó beruházások $1 - \mu$-ed része kerül a 2. szektorban üzembe helyezésre, azaz: $I_2 = (1 - \mu)Y_1$.

5. δ_i az egyes szektorok amortizációs rátája, így az (1.4) egyenlet most a következő formában írható fel: $\dot{K}_i = I_i - \delta_i K_i$.

6. A gazdaság zárt, tehát tőkejavak külföldről nem importálhatók.

7. Az első szektor kibocsátása független a második termelésétől, azaz $\frac{\partial Y_1}{\partial Y_2} = 0$. E föltevés következménye az, hogy az összkibocsátás növekedése olymódon is végbemehet, hogy a fogyasztási cikkek termelése csökken, és a munka újratermeléséhez szükséges szintet sem éri el.

A beruházások növekedési rátája az alábbiak szerint vezethető le: Vegyük az $Y_1 = A_1 K_1$ egyenlet mindkét oldalának idő szerinti deriváltját, $\dot{K}_1 = \mu Y_1 -$

$\delta_1 K_1$ miatt ezt a következő módon írhatjuk fel: $\dot{Y}_1 = A_1\dot{K}_1 = \mu A_1 Y_1 - \delta_1 A_1 K_1$. Mindkét oldalt elosztva Y_1-gyel:

$$\hat{Y}_1 = \mu A_1 - \delta_1. \tag{3.4}$$

A fogyasztás növekedési rátája pedig a következő megfontolások nyomán adódik: A $C = A_2 K_2$ egyenlet mindkét oldalát az idő szerint deriválva, majd alkalmazva a $\dot{K}_2 = (1-\mu)Y_1 - \delta_2 K_2$ összefüggést: $\dot{C} = A_2\dot{K}_2 = A_2[(1-\mu)Y_1 - \delta_2 K_2]$. Mindkét oldalt osztva C-vel, és figyelembe véve, hogy $Y_1 = A_1 K_1$, a fogyasztás növekedési rátája a következő:

$$\hat{C} = (1-\mu)A_1\frac{K_1}{K_2} - \delta_2. \tag{3.5}$$

$\dot{\mu} > 0$ azonnali hatása tehát itt is a fogyasztás növekedési rátájának csökkenésében jelentkezik. Másrészt a fogyasztás növekedési rátája annál nagyobb, minél magasabb a $\frac{K_1}{K_2}$ hányados értéke. Ez pedig annál magasabb, minél nagyobb μ értéke. Ez az eredmény hasonló a 3.1. alfejezetben az optimálisnál kisebb megtakarítási hányad esetére mondottakhoz.

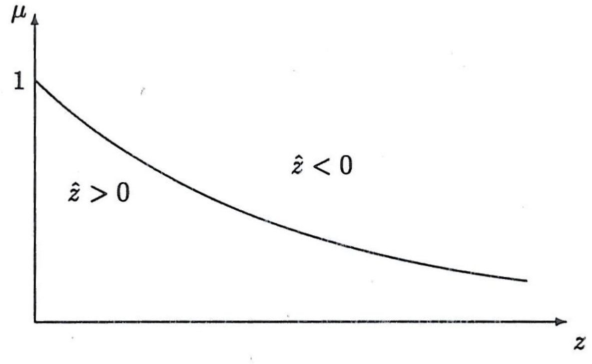
Vezessük be a következő jelölést: $z = \frac{C}{Y_1} = \frac{Y_2}{Y_1}$. Kiegyensúlyozott növekedés esetén $\hat{Y}_1 = \hat{Y}_2$, és így $\hat{z} = 0$. A (3.4) és (3.5) egyenleteket felhasználva $\hat{z} = \hat{Y}_2 - \hat{Y}_1 = (1-\mu)A_1\frac{K_1}{K_2} - \delta_2 - \mu A_1 + \delta_2$. Figyelembe véve, hogy $A_1\frac{K_1}{K_2} = \frac{A_2}{z}$, az alábbi egyváltozós dinamikus rendszer adódik:

$$\hat{z} = (1-\mu)\tfrac{A_2}{z} - \delta_2 - \mu A_1 + \delta_1. \tag{3.6}$$

Mivel μ mindenkori nagyságát a központi tervező hatóság szabja meg, a kiegyensúlyozott növekedés elérése z bármely aktuális értéke esetén lehetséges. Ehhez μ értékét az alábbiak szerint kell megválasztani:

$$\mu = \frac{A_2 - z(\delta_1 - \delta_2)}{zA_1 + A_2}. \tag{3.7}$$

A (3.7) egyensúlyi feltételt kielégítő (z, μ) pontok halmazát tüntettem fel a 3. 5. ábrán. Ez nem más, mint a $\dot{z} = 0$ nyugalmi vonal. Amint az ábráról látható, z minden értékéhez lehet találni egy és csak egy olyan μ értéket, mely a (3.6) rendszer egyensúlyát biztosítja.



3.5. ábra KIEGYENSÚLYOZOTT NÖVEKEDÉS FELDMAN MODELLJÉBEN

A kormányzat tehát képes μ értékét úgy megválasztani, hogy az a kiegyensúlyozott növekedést biztosítsa, de másképp is dönthet. Például Kaposi (1998) szerint a szovjet gazdaságban a két világháború között $\hat{z} < 0$ volt jellemző. Ez azt jelenti, hogy az első szektor rendelkezésére álló tőkejavak állománya gyorsabban nőtt a második szektor rendelkezésére álló tőkejavakénál, a fogyasztás növekedési rátája pedig elmaradt az első szektor kibocsátásának növekedési rátájától.

A modell mozgásegyenlete a (3.6) differenciálegyenlet. A stabilitásvizsgálat során arra a kérdésre keressük a választ, hogy amennyiben valamilyen exogén hatás kimozdítja a gazdaságot a kiegyensúlyozott növekedési pályáról, szükségessé válik-e μ korábbi értékének a módosítása a kiegyensúlyozott növekedés helyreállítása érdekében. A (3.6) mozgásegyenlet a következő alakban írható fel: $\dot{z} = (1 - \mu)A_2 - (\mu A_1 - \delta_1 + \delta_2)z$. Feltevéseink szerint $(1 - \mu)A_2 > 0$, így amennyiben $\mu A_1 - \delta_1 + \delta_2 > 0$, akkor az egyváltozós nem-lineáris rendszerek stabilitásáról az 1.4.2.2. pontban mondottak szerint a kiegyensúlyozott növekedési pálya μ változatlan értéke mellett stabil. Az iménti egyenlőtlenség pedig biztosan teljesül, ha a kormányzat μ értékét a (3.7) egyenlet felhasználásával határozza meg. Nehézség csupán abban az esetben adódna, ha az iménti egyenlőtlenség nem teljesülne. Ez azt jelentené, hogy a fizikai tőkejavak 1. szektorban üzembe helyezésre kerülő mennyisége nem elegendő az ott képződő amortizációs veszteség pótlására. E kevéssé valószínű esetet nem vizsgálom.

A kiegyensúlyozott növekedési pálya stabilitása a 3.5. ábra alapján is könynyen látható. Amennyiben ugyanis valamilyen exogén tényező z értékét kimozdítja a kiegyensúlyozott növekedést jelentő konstans értékről, μ változatlansága esetén a (3.6) egyenlet szerint olyan folyamatok indulnak be, melyek a gazdaságot a kiegyensúlyozott növekedés irányába terelik. Nem rontja a modell stabilitási tulajdonságait az sem, ha $\hat{z} < 0$ esetén a kormányzat csökkenti μ értékét, $\hat{z} > 0$ esetén pedig növeli. Egy ilyen kormányzati politika a legegyszerűbben a $\hat{\mu} = \alpha\hat{z}$ differenciálegyenlet segítségével modellezhető, ahol α negatív paraméter.

A (3.4) és (3.5) egyenletek szerint Feldman modellje endogén növekedési modell, mely tartalmazza a kiegyensúlyozott növekedés lehetőségét, az egyensúlyi növekedési pálya pedig stabil. A 3.1. alfejezetben említettük, hogy a neoklasszikus modell meglehetősen lassan konvergál az egyensúlyi helyzet felé. μ nagyságának átmeneti megváltoztatása révén modellünkben a kormányzat most képes a konvergencia gyorsítására. Ha pedig a gazdaságpolitika számára elfogadhatatlan $\hat{Y}_1$ egyensúlyi nagysága, akkor μ értékének növelése révén lehetséges a beruházások növekedési rátájának emelése. Ennek ára azonban a fogyasztás növekedési rátájának átmeneti csökkenése.

A modell iménti derűlátó következtetései éles ellentétben állnak a 2.3. és 2.4. alfejezetekben s alacsony értéke esetén vagy a 2.5. alfejezetben autonóm beruházási függvény mellett kapott prognózissal. Ez az ellentét annál is inkább figyelemre méltó, mivel az itt alkalmazott termelési függvények formálisan az (1.15) termelési függvénnyel azonosak, ha feltesszük, hogy $\bar{L} = \infty$. E föltevés a szocialista gazdaságok építésének korai szakaszára biztosan helytálló, mivel a munka militarizálása, a nők termelésbe történő bevonása megteremtette a foglalkoztatás extenzív bővítésének a lehetőségét. Annak oka, hogy kétszektoros AK modellünk prognózisa optimista, egyrészt a vállalkozói várakozások figyelmen kívül hagyásában keresendő. A 2.5.1. szakaszban megmutattam, hogy a vállalkozói várakozások miként destabilizálják a gazdaságot. A tervezett gazdaságban azonban minden megtakarítás automatikusan beruházássá válik, és a modell azt is felteszi, hogy nem születnek téves beruházási döntések.

Másrészt μ értékének előírása során a központi tervező tulajdonképpen a megtakarítási hányad nagyságát határozza meg. Ez a következőképpen látható be: Definíció szerint $s = \frac{S}{Y}$ és $I = S$ miatt $s = \frac{I}{Y}$. Az összkibocsátás az egyes szektorok kibocsátásainak összegeként adódik, következésképp: $Y = Y_1 + Y_2$, és így $s = \frac{I}{Y_1+Y_2}$. Tegyük fel, hogy a két szektor azonos technológiával termel, ekkor: $A = A_1 = A_2$, továbbá $I = Y_1$ miatt $s = \frac{\frac{Y_1}{A}}{\frac{Y_1}{A}+\frac{Y_2}{A}}$. Mivel pedig $K_i = \frac{Y_i}{A_i}$, a megtakarítási hányadra azt kapjuk, hogy $s = \frac{K_1}{K_1+K_2} = \frac{K_1}{K}$. Amennyiben μ értéke konstans, ez definíció szerint a $\frac{K_1}{K}$ hányadossal egyenlő. Mindezek miatt a központi tervező képes a megtakarítások nagyságát az előző fejezetben gyakran szóba került összeomlás elkerüléséhez elegendően magas szintre beállítani.

A Feldman modelljéből adódó derűlátó prognózis azonban éppúgy inkonzisztens a gazdaságtörténeti tényekkel, mint a postkeynesi teoretikusok pesszimista előrejelzései. Az inkonzisztencia oka Harrod és Domar modelljeivel kapcsolatban ismert: Jones (1975) szerint e konstrukciók figyelmen kívül hagyták a gazdaság stabilizálása érdekében rendszeresen és sikeresen alkalmazott keynesiánus kormányzati beavatkozásokat. Arra a kérdésre, hogy Feldman modelljének mely sajátosságai vezettek oda, hogy a kibocsátás hosszú távú idősora egyetlen tervgazdálkodást folytató országban sem alakult a modell előrejelzésének megfelelően, nem találtam választ az irodalomban. Egy lehetséges válasz megkeresésére teszek kísérletet a fejezet hátralévő részében.

A (3.4) egyenletből látható, hogy gazdasági növekedés csakis abban az esetben lehetséges, ha $\mu A_1 > \delta_1$ teljesül. Pl. Kaposi (1998) és (2001) könyveiből tudjuk, hogy ez a feltétel teljesült mind a szovjet, mind pedig a magyar szocialista gazdaság építésének első ötéves tervei során. Ismert az is, hogy ezt az időszakot $\hat{z} < 0$ jellemezte. Problémánk az, hogy miért kerültek a tervezett gazdaságok a 3. 5. ábrán bemutatott görbe fölötti régióból a görbe alatti régióba, és ha már odakerültek, milyen hatások eliminálták a (3.6) mozgásegyenlet által leírt stabilizáló mechanizmust. E sorok írója úgy véli, hogy ezek a hatások vezettek a tervezett gazdaságok összeomlásához. Még élesebben megfogalmazva a kérdést, az a következőképpen hangzik: Figyelembe véve a (3.4) egyenletben A_1 alacsony és δ_1 magas értékét, miért nem valósult meg hosszú távon legalább egy alacsony ütemű, stabil növekedés, ha már egyszer sikerült $\hat{Y}_1, \hat{Y}_2 > 0$ teljesülését biztosítani? A kérdés megválaszolását két tényező teszi nehézzé. Egyrészt a szocialista gazdaságok mindvégig igyekeztek μ értékét a lehető legmagasabb szinten tartani. Másrészt a (3.5) egyenlet szerint z növekedése hosszú távon a fogyasztás növekedési rátájának emelkedését is maga után vonja. Véleményem szerint a válasz ott keresendő, hogy a valóságban egyenlőtlenség formájában teljesültek a modell feltevései közül az 5. pontban felírt egyenletek. Ez azt jelenti, hogy az 1. szektor által előállított termékmennyiség egy része sem a tőkeállomány növelésére, sem pedig az amortizációs veszteségek pótlására nem volt alkalmas egyik szektorban sem. Annak magyarázata, hogy ez a helyzet miként alakulhatott ki, a tervezett gazdaság működésének mélyebb elemzését igényli, ami megtalálható Kornai (1979) könyvében. Ennek alapján fogom a következő alfejezetben felvázolni azokat a jellegzetességeket, amelyek a kérdés megválaszolása szempontjából fontosak.

3.4 A tervezett gazdaság működésének néhány jellegzetes vonása

Célszerű a vizsgálódás során Coasenak Mátyás (1996) által idézett azon megjegyzéséből kiindulni, mely szerint egy gazdasági rendszer hatékonysága jelentős mértékben attól függ, hogy mi történik a vállalaton belül. Ehelyütt nem cél az erőforráskorlátos vállalat működésének kimerítő ismertetése, az megtalálható Kornai (1979) könyvében. Csupán azon sajátosságokat említem meg, melyek problémánk szempontjából döntő jelentőségűek. Az első szakaszban a vállalati viselkedés jellegzetességeit sorolom fel, a másodikban pedig a gazdaságirányítás működési mechanizmusának néhány lényeges vonását. A harmadik szakaszban arra szeretném felhívni a figyelmet, hogy e a sajátosságok egy része a fejlett piacgazdaságokban és az átmeneti gazdaságokban is jelenlévő, ható tényező.

3.4.1 A vállalatok

1. A tervezett gazdaság körülményei között működő vállalatnak természetesen nem elsődleges célja a nyereség maximalizálása. A tervfeladatok teljesítésének deklarált célkitűzése mellett azonban a dolgozók személyes törekvései is fontos szerepet játszanak, melyek partikuláris vállalati érdekek gyanánt jelennek meg. Számunkra ezek közül most a legfontosabb az a törekvés, mely minél több erőforrás megszerzésére irányul. Hosszú távon ez egyfajta expanziós kényszerben nyilvánul meg, azaz nem létezik olyan vállalat, amely ne akarna beruházni.

2. Egy hibás beruházási döntés megvalósítása is képes hatékonyan szolgálni a vállalat imént említett partikuláris érdekeit. A lekötött tőke nagyobb mennyisége és az ezzel általában együttjáró több foglalkoztatott akkor is erősebb alkupozíciót biztosít a felettes szervekkel folytatott tárgyalások során, ha sem a kibocsátás növelését, sem a hatékonyabb termelést nem teszi lehetővé.

3. A vállalat költségvetési korlátja viszonylag puha, ezért az állandó beruházási éhséget nem korlátozza a kudarctól vagy veszteségtől való félelem. Az endogén korlátozás hiánya pedig exogén korlátozást tesz szükségessé, ami abban áll, hogy a vállalat önálló beruházási döntést nem hozhat, ez a jog a felettes szervek számára van fenntartva.

4. Beruházási igényének kielégítésére abban az esetben számíthat jó eséllyel a vállalat, ha a várható költségeket jelentősen alátervezi. Célszerű a kapcsolódó beruházásokat az igénylésből kihagyni, ha azok valóban nélkülözhetetlenek, előbb-utóbb úgyis kerül rájuk pénz valamilyen forrásból.

3.4.2 A gazdaságirányítás

1. A beruházási igények kielégítésére rendelkezésre álló keretet az elosztást végző allokátor úgy osztja szét az igénylők között, hogy tartalékot nem vagy alig képez. Előre nem látható igények kielégítésére, a korábbi igényekből kimaradt kapcsolódó beruházások megvalósítására csak a folyamatban lévő többi projekthez rendelt forrás átcsoportosítása révén van lehetőség. Ez egyrészt a kivitelezés lassítását eredményezi, másrészt azt, hogy az allokátor rendelkezésére álló keret szétforgácsolódik a sok megkezdett beruházás között.

2. A gazdaságirányítás hierarchikus szerveződése a beruházási erőforrások allokációs mechanizmusában is megjelenik. A többszintű hierarchia valamely szintjén működő allokátor viselkedése kettős: Lefelé restriktív, azaz igyekszik az igényeket visszaszorítani, felfelé viszont expanzív, vagyis tágabb keretért harcol, mint aminek elfogadását reálisan remélheti. Mivel az expanzió belső kényszere az allokátorban is jelen van, a kétféle magatartás közül az expanzivitás válik dominánssá, így a közbülső szintű allokátor elsősorban a hozzá tartozó igénylők érdekeit képviseli.

3. A allokáció előző pontban említett, többszintű mechanizmusa olyan érdekérvényesítési csatornákat hoz létre, melyek hatékonyan jelenítik meg a vállalatok és ágazatok állandó beruházási éhségét az irányítási hierarchia legfelsőbb szintjén. Ugyanakkor nem jelennek meg az alsóbb szinteken a makrogazdaság olyan alapvető dilemmái, mint a fogyasztás vagy beruházás, illetve növekedés vagy egyensúly.

4. Az irányítási hierarchia legfelsőbb szintjén erőteljes törekvés van a már kialakult elosztási szabályok megmerevítésére. Ezzel szemben általában hatékonyan képesek a vállalatok beruházásokkal kapcsolatos érdekeik érvényesítésére, ami modellünkben μ lassú növekedését jelenti.

5. μ előző pontban említett lassú növekedése addig tart, míg a gazdaság valamely területén (pl: fogyasztás) olymértékű zavar nem támad, ami a

társadalom tűréshatárába ütközik. Ekkor a legfelsőbb szintű allokátor „beletapos a fékbe", ami μ értékének csökkenésében nyilvánul meg. A tűréshatár megsértésének eloszlásával μ ismét növekedni kezd.

6. Az előző pontban említett „fékezés" vagy félmonetáris restrikció Soós (1986) szerint kampányszerűen történik, ami gyors hatású eszköz, ám hatása csak rövid ideig tart. A fékezések során tehát μ értéke gyorsabban csökken, mint ahogy expanziós időszakban növekszik.

3.4.3 A fenti jellegzetességek piacgazdasági körülmények között

Tévedés lenne azt hinni, hogy az előző két szakasz megállapításainak mindegyike kizárólag a tervezett gazdaságra lenne jellemző. Kornai (1997) cikkében kijelenti, hogy a fejlett tőkésországokban évszázados trend a vállalatok költségvetési korlátjának puhulása, és e tendencia okait is felsorolja. Ugyanakkor Kornai (2000) szerint a posztszocialista országokban, egy ezzel a trenddel ellentétes tendencia zajlik. Ennek sebességére lehet következtetni pl. Gray és szerzőtársainak (1996) empirikus vizsgálatából. A partikuláris vállalati érdekek rendkívül markánsan jelentek meg a magyarországi privatizáció során. Ezzel kapcsolatban is igen tanulságosak Voszka (1996), (1997) munkái. Ugyanakkor Fama és French (2000) Egyesült Államokra vonatkozó vizsgálódásai szerint a tulajdonosok képesek hatékonyan korlátozni a vállalati menedzserek érdekérvényesítő képességét.

Az előző két szakasz következtetései döntő mértékben a puha vállalati költségvetési korlát feltevésén alapultak. Ezért érdemel különös figyelmet Kornai imént említett megjegyzése a költségvetési korlát puhulásának tendenciájával kapcsolatban. Maskin (1999) alapján úgy tűnik, a jelenség mindinkább az érdeklődés középpontjába kerül. Például Duggan (2000) a kormányzat által működtetett kórházak puha költségvetési korlátjában látja annak okát, hogy az egészségügyre fordított közkiadások jelentős növelése sem eredményezi a szegények egészségügyi helyzetének javulását. Maskin (2001) szerint különös jelentősége van a puha költségvetési korlát problémájának az átmeneti gazdaságokban. Mindezek még indokoltabbá teszik annak a kérdésnek a felvetését, hogy mi történik, ha az előző alfejezetben bemutatott kétszektoros AK modellbe bevezetjük a puha vállalati költségvetési korlát jelenségét.

3.5 Puha költségvetési korlát Feldman modelljében

Az előzőekben tárgyalt kétszektoros AK modellbe most bevezetjük a puha vállalati költségvetési korlátot és a restrikciós kampányokkal operáló gazdaságpolitikát. I továbbra is a termelőtőke növelésére vagy pótlására alkalmas bruttóberuházások nagyságát jelöli, azaz $I = \dot{K}_1 + \dot{K}_2 - \delta_1 K_1 - \delta_2 K_2$. Az előző alfejezetben mondottak szerint azonban az 1. szektor kibocsátásának egy része olyan beruházásokat jelent, melyek egyik szektorban sem növelik a termelőtőke állományát, így $I < Y_1$. A különbség azon elhibázott beruházási döntésekből adódik, melyek kizárólag partikuláris vállalati vagy ágazati érdekeket szolgálnak. Ez a különbség annál nagyobb, minél inkább teret enged a központi tervező hatóság a vállalatok beruházási éhségének, tehát minél nagyobb μ értéke. Mindezek miatt az 1. szektor kibocsátása és a bruttóberuházások között az alábbi összefüggés érvényes:

$$I = (1 - \mu)^{\alpha} Y_1,$$

ahol $\alpha \geq 0$ azt mutatja, hogy mennyire erőteljesen érvényesülnek a puha költségvetési korláttal kapcsolatban említett tendenciák. $\alpha = 0$ esetén ezek egyáltalán nem érvényesülnek. Némi egyszerűsítéssel α a költségvetési korlát puhaságának mérőszámaként is értelmezhető. Elvégezve most a 3.3. alfejezetben végrehajtott átalakításokat, a (3.4) egyenlet helyett a következőt írhatjuk:

$$\hat{Y}_1 = \mu(1 - \mu)^{\alpha} A_1 - \delta_1. \tag{3.8}$$

A (3.5) egyenlet helyett pedig:

$$\hat{C} = \hat{Y}_2 = (1 - \mu)^{1+\alpha} \frac{A_2}{z} - \delta_2. \tag{3.9}$$

Továbbra is érvényes, hogy $\hat{z} = \hat{Y}_2 - \hat{Y}_1$, és így a (3.6) differenciálegyenlet helyett z alábbi mozgásegyenletét kapjuk:

$$\dot{z} = (1-\mu)^{\alpha}[(1-\mu)A_2 - \mu A_1 z] - (\delta_2 - \delta_1)z. \tag{3.10}$$

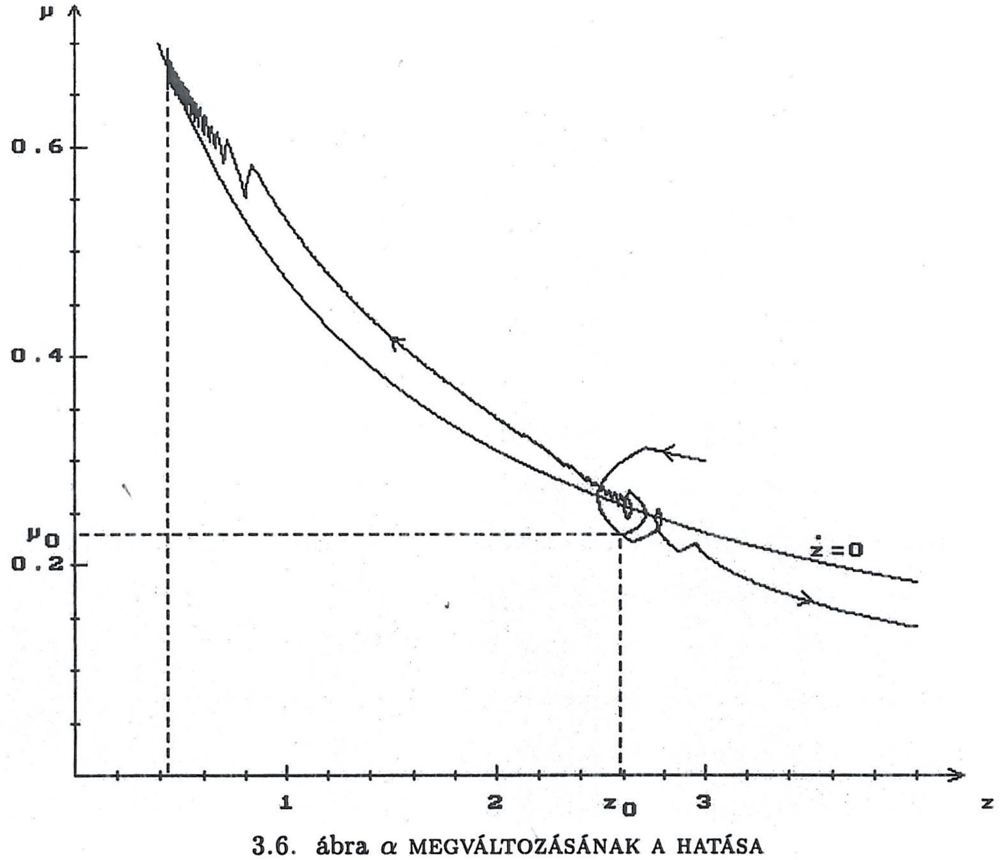
A 3.4.2.4-6. pontokban mondottak miatt szükséges bevezetni a modellbe μ mozgásegyenletét. Legyen az egyszerűség érdekében $C(0) = 1$. Feltesszük, hogy a központi tervező akkor kezdeményez félmonetáris restrikciót, ha a fogyasztás egy kritikus szint alá esik, azaz $C < 1 - d$ teljesül, ahol $0 < d < 1$ a társadalom tűréshatárát számszerűsítő konstans. A restrikció $C \geq 1 - d$ eléréséig tart, és ennek során $\hat{\mu} = -\gamma_2$. Ha a központi tervező nem avatkozik be, szabadon érvényesülnek a 3.4.2.4. pontban említett mechanizmusok, ennek következményeként $\hat{\mu} = \gamma_1$. $\gamma_1, \gamma_2 > 0$, és a 3.4.2.5-6. pontokban mondottak miatt: $\gamma_1 < \gamma_2$. Ezek a feltevések egyébként ellentétesek az eredeti modell 7. pontban ismertetett feltevésével. Mindezek alapján μ mozgásegyenlete a következő:

$$\dot{\mu} = \begin{cases} \gamma_1 \mu & \text{ha} \quad C \geq 1-d, \\ -\gamma_2 \mu & \text{ha} \quad C < 1-d. \end{cases} \tag{3.11}$$

A (3.10) és (3.11) differenciálegyenletek által definiált dinamikus rendszernek nincs egyensúlyi pontja. Ennek oka, hogy μ mozgásegyenletéből következően $\dot{\mu} = 0$ nem fordulhat elő. A rendszer dinamikájáról számítógépes szimuláció révén nyerhetők bizonyos információk. Eszerint a pályagörbék alakja döntő módon függ a modell paramétereinek értékétől. Ennek szemléltetésére tekintsük a 3.6. táblázatban feltüntetett paraméter- és kezdő értékekkel végzett szimulációkat. A paramétereket és kezdőértékeket igyekeztem úgy meghatározni, hogy ne csupán reálisak legyenek, hanem az ábrán jól elkülöníthető pályagörbéket származtassanak. A futások mindössze α értékében térnek el egymástól. A szimuláció révén nyert trajektóriákat a 3.6. ábra mutatja be. α értékének megváltozása természetesen maga után vonja a $\dot{z} = 0$ nyugalmi vonal elmozdulását is, ez az elmozdulás azonban most olyan csekély, hogy a különféle nyugalmi vonalak egyetlen görbeként jelennek meg az ábrán. A 3.6. ábráról leolvashatók

	α	A_1	A_2	$\delta_1=\delta_2$	γ_1	γ_2	d	$z(0)$	$\mu(0)$	$\lim\limits_{t\to\infty} z\approx$
1.	1.2	1.25	1.12	0.2	0.03	0.06	0.5	3	0.3	∞
2.	1.18	1.25	1.12	0.2	0.03	0.06	0.5	3	0.3	0.42

3.6. Táblázat : A 3.6. ÁBRÁN BEMUTATOTT SZIMULÁCIÓK PARAMÉTEREI



3.6. ábra α MEGVÁLTOZÁSÁNAK A HATÁSA

a táblázat utolsó oszlopának adatai is. Eszerint α alacsonyabb értékei esetén z viszonylag alacsony szinten stabilizálódik, μ pedig ciklikusan ingadozik. α magasabb értéke mellett viszont μ értéke nullához közelít z pedig végtelenbe tart, ami a gazdaság összeomlását jelenti. A közös pontból kiinduló két trajektória a (z_0, μ_0) pont eléréséig megközelítően együtt halad, itt azonban élesen elválnak egymástól. Érdekes kérdés lenne az $\alpha = 1.2$ paraméterérték mellett kialakuló ciklus mélyebb vizsgálata. Az itt adódó z és μ értékek azonban kevéssé tűnnek valószínűnek, a jelenség a gazdaságtörténet eredményei alapján is irreleváns, így az 1.1. alfejezet elején mondottaknak megfelelően nem foglalkozom vele. Mindenesetre az 3.6. ábra alapján úgy tűnik, hogy az α paraméter értékének a növekedése, amit a költségvetési korlát puhulásaként értelmeztünk, destabilizálhatja a (3.10) és (3.11) differenciálegyenletek által definiált dinamikus rendszert.

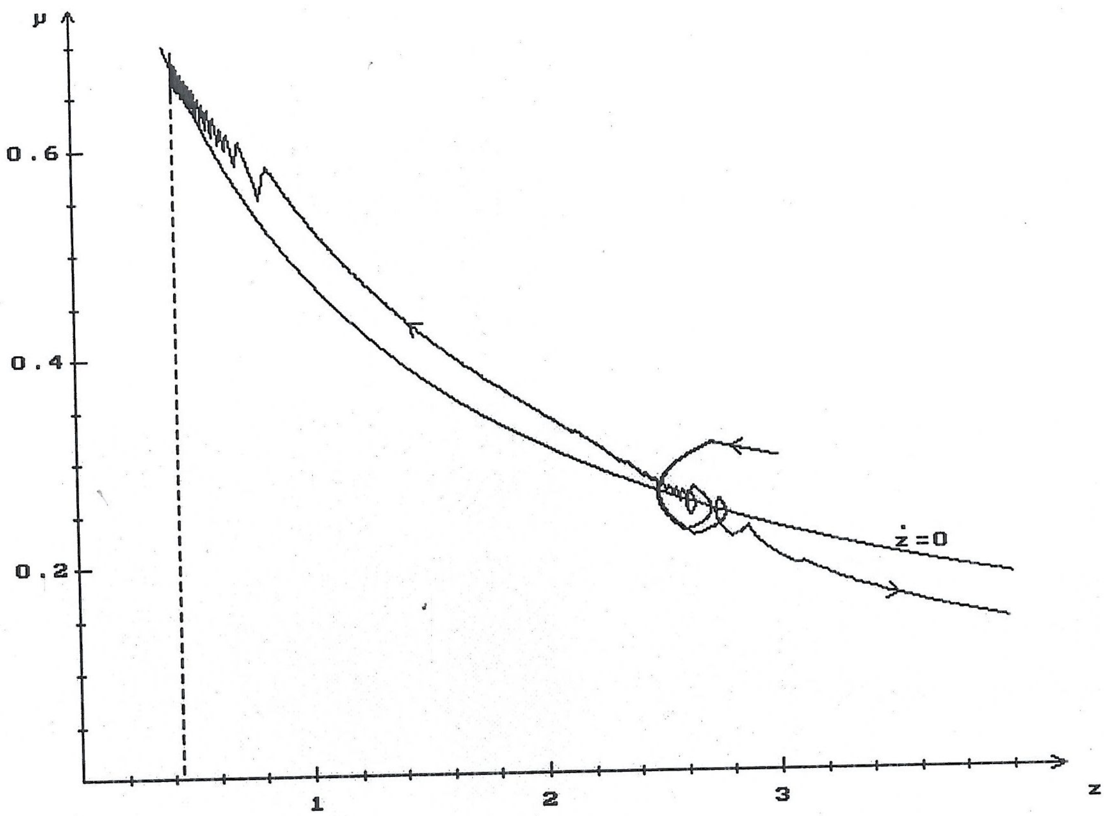
Jelentős mértékben függ a modell viselkedése a többi paramétertől is. E dolgozat keretei nem teszik lehetővé ezek hatásának részletes elemzését, szükségesnek tartom azonban felhívni a figyelmet arra, hogy az A_1 paraméter α-hoz hasonlóan kulcsszerephez juthat. Ezt a megállapítást támasztják alá a 3. 7. ábrán bemutatott szimulált trajektóriák. Itt még jobban megfigyelhető, hogy miként távolodik egymástól a közös kezdőpontból induló két trajektória. Az A_1 értékének megváltozása miatt bekövetkező elmozdulás a $\dot{z} = 0$ nyugalmi vonal helyzetében ezúttal is olyan csekély, hogy az ábrán nem jeleníthető meg. Az A_1 paraméter jelentősége indokolná értékének mélyebb magyarázatát, ez azonban az endogén technikai haladás bevezetését tenné szükségessé a modellbe, ami valószínűleg még nehezebben kezelhető dinamikus rendszerhez vezetne. Hasonlóan fontos szerepet játszik egyébként az A_2 paraméter is.

Végül megmutatom, hogy a gazdaság hosszú távú növekedési kilátásai a $z(0)$, $\mu(0)$ kezdőértékek nagyságától is függenek. A 3. 8. ábrán bemutatott két tarjektóriát azonos paraméterértékek mellett kaptam. A két pályagörbe különböző μ értékekből indul $\mu = 0.26$ esetén gyakorlatilag a $\dot{z} = 0$ nyugalmi vonalról. Az ábra szerint μ növelése szükséges az összeomlás elkerüléséhez, de nem szabad elfelejteni, hogy a növekedési pálya jellege nem csupán $\mu(0)$ értékétől függ, hanem mint láttuk, α és A_1 nagyságától, sőt a többi paramétertől is.

A 3. 8. ábra fölveti azt a kérdést, hogy kaotikusnak tekinthető-e a (3.10) és (3.11) differenciálegyenletek által definiált dinamikus rendszer. Simonovits (1998) könyvében definiálja a dinamikus rendszerek topologikusan kaotikus és valóban kaotikus jellegét. Több szimulációt elvégezve úgy tűnik, hogy a rendszer viselkedése nem nevezhető topologikusan kaotikusnak, mert az aciklikus pályák nem térnek el határozottan egymástól. Az sem állítható, hogy a rendszer valóban kaotikus lenne, mivel az aciklikus pályák nem korlátosak. Igaz viszont, hogy az egymás közeléből induló pályák nem mindig maradnak közel

	α	A_1	A_2	$\delta_1 = \delta_2$	γ_1	γ_2	d	$z(0)$	$\mu(0)$	$\lim_{t\to\infty} z \approx$
1.	1.18	1.242	1.12	0.2	0.03	0.06	0.5	3	0.3	∞
2.	1.18	1.25	1.12	0.2	0.03	0.06	0.5	3	0.3	0.42

3.7. Táblázat: A 3.7. ÁBRÁN BEMUTATOTT SZIMULÁCIÓK PARAMÉTEREI



3.7. ábra A_1 MEGVÁLTOZÁSÁNAK A HATÁSA

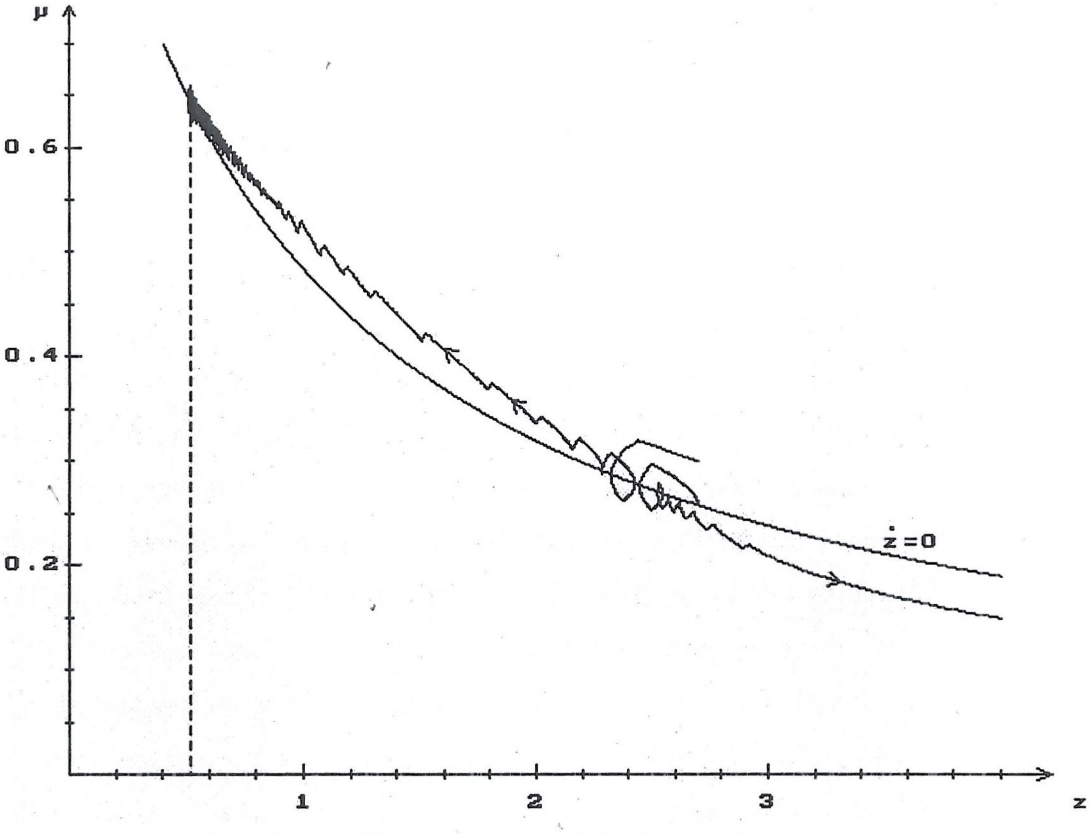
egymáshoz, és ha z értékét felülről korlátozzuk, valóban kaotikus rendszert kapunk. Ehhez a (3.10) mozgásegyenlet alábbi átírása szükséges:

$$\dot{z} = \begin{cases} (1-\mu)^{\alpha}[(1-\mu)A_2 - \mu A_1 z] - (\delta_2 - \delta_1)z, \text{ ha } z < z_0 \\ 0, \text{ ha } z \geq z_0 \end{cases}$$

A $z \geq z_0$ eset a gazdaság összeomlásaként értelmezhető.

	α	A_1	A_2	$\delta_1 = \delta_2$	γ_1	γ_2	d	$z(0)$	$\mu(0)$	$\lim_{t\to\infty} z \approx$
1.	1.18	1.2	1.12	0.2	0.03	0.06	0.5	3	0.26	∞
2.	1.18	1.2	1.12	0.2	0.03	0.05	0.5	3	0.3	0.52

3.8. Táblázat : A 3.8. ÁBRÁN BEMUTATOTT SZIMULÁCIÓK PARAMÉTEREI



3.8. ábra A KEZDŐÁLLAPOTRA VALÓ ÉRZÉKENYSÉG

3.6 Összegzés

A 2. fejezetben láttuk, hogy a gazdaság kiegyensúlyozott növekedését miként teheti lehetetlenné a megtakarítások alacsony színvonala vagy a téves vállalkozói várakozáskon alapuló beruházási tevékenység. Ebben a fejezetben e destabilizáló mechanizmusokat kikapcsoltuk. A 3.4. alfejezetben azonban az is kiderült, hogy a beruházási erőforrások központi allokációja nem zárja ki a hibás beruházási döntéseket, sőt a tévedések felismerését is megnehezíti. A gazdaságtörténet tanulsága szerint az eredmény rosszabb, mint a piacgazdaságban.

A 3.4.1. szakaszban a vállalatok állandó beruházási éhségéről modottak élesen szemben állnak Keynes (1965) elégtelen beruházási keresletről vallott felfogásával. Ennek magyarázata, hogy Keynes a vállalatok kemény költségvetési korlátját feltételezi, ez a feltevés azonban itt nem tartható.

Érdemes a fejezet következtetéseit az új intézményi iskola Mátyás (1996) által idézett megállapításaival egybevetni: „A speciális tőkejavakat tartalmazó tranzakciók irányítását, koordinálását kockázatos voltuk s a velük járó nagy bizonytalanság folytán nem lehet rábízni a piaci automatizmusokra. A versenyszerződés ... szükségszerűen átalakul kétoldalú monopóliummá, a szerződés, a koordinálás intézményi formája megváltozik. A változásokhoz való alkalmazkodás azonban kétoldalú monopólium esetén túl nagy tranzakciós költséggel jár. A kétoldalú monopólium Wiliamson szerint előbb-utóbb átalakul vertikális integrációvá, amikor is a termelés egymásra épülő fokozatainak koordinációja közös tulajdonon belül megy végbe." Figyelembe véve az 1.2.1.1. pontban mondottakat, valamint Robinson (1961) szarkasztikus bírálatát, melyet Meade (1961) képlékeny tőkefogalmával szemben tett, hamar felmerül az egyetlen vállalatba integrált termelési rendszer, a tervezett gazdaság víziója. Egy ilyen, központilag irányított gazdaság szükségessége mellett érveltek a 3.1. és 3.2. alfejezetek is. A megvalósítás gyakorlati nehézségeit is figyelembe vevő 3.5. alfejezetben tárgyalt modell következtetései azonban nem egyértelműen optimisták.

Nem tartom valószínűnek, hogy az előző alfejezetben bemutatott modell adekvát módon írná le a tervezett gazdaság működését. A bemutatott pályagörbék között azonban akad olyan, mely a tényeknek jobban megfelel, mint Feldman modelljének hosszú távon derülátó következtetése.

A fejezet végén szükséges még felhívni a figyelmet arra, hogy a vállalatok puha költségvetési korlátjának következményei között szó sem volt korrupcióról. Nem mintha ott ez a jelenség ismeretlen lenne, ám nyugodtan el lehetett tőle tekinteni. Az információk vállalati érdekből fakadó torzítása vagy az állandó beruházási éhség a tervezett gazdaság működésének éppoly szabályszerű jelensége, mint az allokátor jelenléte. Mivel a korrupció hátterében általában, a piacgazdaság körülményei között pedig első sorban a háztartások jövedelemszerzésének motívuma áll, a jelenség vizsgálatához elengedhetetlen a háztartások fogyasztási, illetve megtakarítási döntéseinek mélyebb vizsgálata. Erre fog a következő fejezetben sor kerülni.

4. Decentralizált megtakarítási döntések

Az eddigiekben számos problémát okozott az a feltevés, mely szerint a megtakarítási hányad exogén módon határozódik meg. Már a dolgozat kiinduló pontját jelentő neoklasszikus alapmodellben is ez volt a helyzet. A második fejezetben a különféle termelési függvények bevezetése is csupán a megtakarítási hányad gazdasági növekedésre gyakorolt hatásáról festett árnyaltabb képet, de továbbra sem magyarázta s alakulását. A 3.1. alfejezetben meghatározásra került a megtakarítási hányad azon értéke, mely hosszú távon az egységnyi hatékony munkára eső fogyasztás maximális értékét biztosítja, ám egy s értékét befolyásolni képes központi tervező hatóság feltételezésén kívül semmit nem tudtunk mondani arról, miért veszi fel a megtakarítási hányad ezt az értéket. Feldman modelljében nem szerepel megtakarítási hányad, funkcióját – mint azt a 3.3. alfejezetben láttuk – a μ paraméter veszi át. Azt, hogy a gazdaságirányítási hierarchia legfelső szintjén működő allokátor miként határozza meg μ értékét, a (3.11) összefüggés ugyan magyarázza, ez azonban nem tartható a piacgazdaság körülményei között.

A megtakarítási hányad alakulásának kielégítő magyarázata Ramsey (1928) munkáján alapul. Ennek Cass (1965) és Koopmans (1965) által finomított változata különösen azóta népszerű a közgazdasági irodalomban, amióta az optimális szabályozáselmélet eredményeinek alkalmazása széles körben elterjedt. E modell bemutatásával kezdi a makroökonómia tárgyalását pl. Blanchard és Fischer (1992) tankönyve, de Barro és Sala-i-Martin (1995) is könyvük elején ismertetik, amit aztán számos kiterjesztett és módosított változat bemutatása követ. A jelen fejezet ezen utóbbi munkára támaszkodik, ám a tárgyalás az ott közöltnél részletesebb, és több tekintetben el is tér attól. Így elhagyom a háztartások méretének növekedésére vonatkozó feltevést. A fázisdiagramot egy olyan ábrával kombinálom, melyen a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékének meghatározódása követhető nyomon, az itt megjelenített trajektóriákat felhasználva pedig elkülönítem a hedonista és absztinens fogyasztási pályákat. A fejezet legfontosabb eredményének a megtakarítási határhajlandóság és megtakarítási hányad egyensúlyi értékei közti kapcsolat feltárását és annak magyarázatát tartom. A két kategória megkülönböztetése a 4.3.1. szakasztól kezdődően kíséri végig az elemzést.

4.1 A háztartások megtakarításának mikroszintű elemzése

Ebben az alfejezetben azt vizsgáljuk, miként születnek a megtakarítási döntések egyetlen háztartásban. Rögtön meg kell jegyezni, hogy a kérdés ilyen jellegű feltevése eleve eltérést jelent Ramsey eredeti modelljétől, mivel ott a megtakarítási döntéseket egy központi tervező hatóság hozza meg messzemenően figyelembe véve a háztartások érdekeit. Ramsey gondolati rendszere azonban minden további nélkül alkalmazható egyetlen háztartás esetére is. Feltesszük, hogy a fogyasztás, illetve megtakarítás tervezése során a háztartás végtelen időhorizonttal számol. Müller és Ströbele (1985) a végtelen jövő perspektíváját az emberi tervezés alapvető dimenziójának tartják. Ugyanakkor a véges időhorizontú modellek jelentősége is igen nagy, amint ez pl: Simonovits (1995) cikkéből kiderül. Ez a széles irodalmi áttekintést is adó munka egyébként a jelen fejezettől eltérően egy konstans tőke/termelés hányadú modell tömör ismertetését tartalmazza. A más háztartásokkal létrejövő kölcsönhatásoktól (Pl: házasságkötés) ebben az alfejezetben eltekintek, a jelenség elemzése megtalálható Bernheim és Bagwell (1988) cikkében, de a következő alfejezetben kénytelen leszek érinteni az új házasságok létrejöttének kérdését. Jelölje c a háztartás fogyasztását, ekkor célfüggvénye:

$$W = \int_0^\infty e^{-\rho t} u(c) dt \tag{4.1}$$

W a háztartás intertemporális jólétét jelöli, melynek értékét a c fogyasztási pálya határozza meg. u a standard mikroökonómiában megszokott hasznossági függvény, melynek értéke a folyó fogyasztás nagyságától függ. A mikroökonómiában megszokott módon feltesszük, hogy $u' > 0$ és $u'' < 0$. ρ az időpreferencia rátája, és $0 < \rho < 1$. Ez a feltevés eltér Ramsey (1928) cikkétől. $\rho > 0$ ugyanis azt jelenti, hogy a jelenben élő generációk jólétét a jövőbeni generációkénál nagyobb súllyal kell figyelembe venni a megtakarítási döntések meghozatala során. Ezt az eljárást Ramsey etikátlannak ítéli, ezért modelljében $\rho = 0$.

Feltesszük, hogy a háztartás a vagyonát kamatozó követelésekben tartja. E követelések egyaránt vonatkozhatnak fizikai tőkejavakra illetve más háztartásoknak nyújtott hitelekre. A vagyon negatív értékét a háztartás adósságának tekintjük. A követelések és hitelek után egységesen r kamatot kell fizetni, továbbá a háztartás w nagyságú bérjövedelmet realizál. Jelölje k az összvagyon nagyságát, ekkor a háztartás intertemporális költségvetési korlátja:

$$\dot{k} = rk + w - c. \tag{4.2}$$

Szükséges továbbá feltenni, hogy a háztartás kénytelen a fölvett hiteleket véges időn belül teljes egészében visszafizetni, azaz nem biztosíthat rulírozó hitelek révén önmaga számára jövedelménél magasabb fogyasztást végtelen időhorizonton. Ezek szerint a háztartás vagyonának a nettójelenértéke $t \to \infty$ esetén nem tarthat negatív nagysághoz. Mivel nem tesszük fel r konstans voltát, az alkalmazandó diszkonttényező pl. Sydsæter és Hammond (2000) tankönyve szerint: $e^{-\int_0^t r(v)dv}$. Konstans kamatláb esetén e diszkonttényező természetesen a szokásos e^{-rt} alakra egyszerűsödik. Mindezek miatt a háztartás vagyonára adott feltételünk az alábbi formában írható fel:

$$\lim_{t\to\infty} ke^{-\int_0^t r(v)dv} \geq 0. \tag{4.3}$$

Most a háztartás intertemporális döntési problémája a következő:

$$\max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c) dt,$$

feltéve, hogy:

$$\dot{k} = rk + w - c, \quad k(0) = \bar{k} \quad \text{valamint} \quad \lim_{t\to\infty} ke^{-\int_0^t r(v)dv} \geq 0.$$

ahol $\bar{k}$ a háztartás vagyona a $t = 0$ időpontban.

Figyelembe véve az 1.3. alfejezetben mondottakat, mivel a (4.2) differenciálegyenlet szerint a háztartás fogyasztása révén befolyásolja vagyona nagyságát, c döntési, k pedig állapotváltozó. A problémához tartozó Hamilton függvény:

$$H = e^{-\rho t} u(c) + \lambda (rk + w - c).$$

Az (1.18) szerinti kanonikus egyenletek pedig:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = e^{-\rho t} u'(c) - \lambda = 0, \tag{4.4}$$

$$-\frac{\partial H}{\partial k} = \dot{\lambda} = -\lambda r, \tag{4.5}$$

ahol $u'(c)$ a fogyasztás határhaszon függvénye. Mivel a háztartás problémája egy végtelen időhorizontra értelmezett jelenérték-feladat, a transzverzalitási feltétel felírása során az (1.20) egyenletet alkalmazzuk:

$$\lim_{t\to\infty} \lambda k = 0. \tag{4.6}$$

Feltevéseink szerint a Hamilton függvény a c és $\bar{k}$ változókban konkáv, így a (4.4)-(4.6) feltételek – az 1.3. alfejezetben modottaknak megfelelően – a fogyasztási pálya optimalitásának szükséges és elegendő feltételei. A (4.4) egyenletből az is kiderül, hogy λ a folyó fogyasztásból származó határhaszon mindenkori értékének $t = 0$ időpontra diszkontált nagyságaként értelmezhető.

A fogyasztás időbeni alakulásának levezetéséhez alakítsuk át a (4.4) elsőrendű feltételt: $\lambda = e^{-\rho t}u'(c)$. Mindkét oldalt az idő szerint deriválva: $\dot{\lambda} = \dot{u}'(c)e^{-\rho t} - \rho e^{-\rho t}u'(c) = e^{-\rho t}[\dot{u}'(c) - \rho u'(c)]$, ahol $\dot{u}'(c)$ a fogyasztás határhaszon függvényének idő szerinti deriváltját jelöli. Behelyettesítve az így nyert differenciálegyenletet a (4.5) elsőrendű feltételbe, kapjuk, hogy $e^{-\rho t}[\dot{u}'(c) - \rho u'(c)] = -\lambda r$. Figyelembe véve továbbá, hogy a (4.4) összefüggésből $\frac{\lambda}{u'(c)} = e^{-\rho t}$ adódik, iménti egyenletünk a következőképpen írható fel: $\frac{\lambda}{u'(c)}[\dot{u}'(c) - \rho u'(c)] = -\lambda r$. Mindkét oldalt $-\lambda$-val elosztva:

$$r = \rho - \frac{\dot{u}'(c)}{u'(c)} \tag{4.7}$$

következik. Az optimális fogyasztási pálya ezen feltételét az optimális szabályozáselmélet apparátusának felhasználása nélkül vezettem le korábbi könyvemben (Bessenyei (1995)), bár ott az amortizációt nem vettem figyelembe, így a kamatláb a tőke határtermelékenységével egyenlő, továbbá az időpreferencia rátája zérus.

Amennyiben a kamatlábat egységnyi fogyasztás elhalasztásának díjaként értelmezzük, a (4.7) egyenlet szerint ez két komponensből tevődik össze. Ezeket jeleníti meg az egyenlet jobb oldalán álló két tag. Az első értelmezése nem különösebben nehéz, ez a fogyasztás elhalasztásával járó áldozatot kompenzálja. Ebben az összefüggésben az időpreferencia ráta azt mutatja meg, hogy mekkora jövőbeni többletfogyasztás ellenében hajlandó a háztartás egységnyi jelenbeni fogyasztást elhalasztani. A $\rho > 0$ feltvés azt jelenti, hogy a háztartás a jelenbeni fogyasztást preferálja a jövőbenivel szemben, ρ pedig e preferencia erősségét méri.

A második tag a háztartás fogyasztásából származó határhaszon növekedési rátája. Mivel föltevéseink szerint az u' határhaszonfüggvény csökkenő, a fogyasztás növekedésével a határhaszon csökken, ezért annak növekedési rátája negatív. Következésképp a (4.7) egyenlet szerint a kamatláb nagyobb, mint a fogyasztás elhalasztásából adódó áldozat. Ennek magyarázata érdekében legyen $\rho = 0$. Csökkenő határhaszon esetén ebben a helyzetben a háztartás (4.1) alatt definiált intertemporális jóléte csakis abban az esetben lehet maximális, ha $\dot{c} = 0$ teljesül. Ennek bizonyításához tegyük fel, hogy $\dot{c} \neq 0$, és legyen $c(t_1) < c(t_2)$. Ekkor egységnyi fogyasztás átvitele a t_2 időpontról a t_1 időpontra biztosan növeli a háztartás intertemporális jólétét, mert $u' < 0$ miatt a t_2 időpontban kieső egységnyi fogyasztás által okozott jóléti veszteség kisebb, mint az intertemporális jólétnek a t_1 időpontban jelentkező azonos mértékű többletfogyasztás által kiváltott növekménye. A csökkenő határhaszon feltevésének dinamikus következménye tehát az, hogy a fogyasztó a $\dot{c} = 0$ egyenletes fogyasztási pályát preferálja. Ezzel kapcsolatban külön is szükséges kiemelni, hogy egyenletes fogyasztási pályán nem a fogyasztás 1.1.3. szakaszban bevezetett egyenletes vagy állandó ütemű növekedését értjük hanem azt, hogy $\hat{c} = 0$. A megtakarítás ezen preferált egyenletes fogyasztási pályától való eltéréshez vezet, így (4.7) egyenlet jobb oldalán szereplő második tag a háztartás által preferált, egyenletes fogyasztási pályától történő eltérés kompenzációjaként értelmezhető. E tag értéke annál nagyobb, minél erőteljesebben preferálja a háztartás az egyenletes fogyasztási pályát, tehát minél jobban érvényesül az u' határhaszon függvény csökkenő tendenciája. Ezek szerint a csökkenő határhaszon feltevéséből akkor is a kamatláb pozitivitása következik, ha az időpreferencia rátája zérus.

Foglalkozzunk továbbra is a (4.7) egyenlet jobb oldalán szereplő második taggal. Figyelembe véve, hogy $\dot{u}'(c) = \frac{du'(c)}{dt} = u''(c)\dot{c}$, a fogyasztásból származó határhaszon növekedési rátája a következő módon írható fel: $\hat{u}'(c) = \frac{u''(c)\dot{c}}{u'(c)} = \frac{cu''(c)}{u'(c)}\hat{c}$. Mindezek miatt az optimális fogyasztási pálya (4.7) alatt adott feltétele olyan formában is felírható, melyben a fogyasztás növekedési rátája közvetlenül megjelenik:

$$r = \rho - \frac{cu''(c)}{u'(c)}\hat{c} = \rho + \theta\hat{c}, \tag{4.8}$$

ahol $\theta = -\frac{cu''(c)}{u'(c)}$. Az egyenlet jobb oldalán szereplő második tag továbbra is a háztartás által preferált egyenletes fogyasztási pályától a megtakarítás révén történő eltérés díjaként értelmezhető. E tag most két tényező szorzataként áll elő. A második tényező a fogyasztás növekedési rátája, az első pedig a következő alakban is felírható: $-\theta = \frac{du'}{u'} : \frac{dc}{c}$. A jobb oldalon szereplő hányados a határhaszon fogyasztás szerint vett rugalmassága. Amennyiben a hasznossági függvény lienáris, azaz nem érvényes a csökkenő határhaszon feltevése, és így a határhaszonfüggvény konstans, e rugalmasság értéke zérus. Blanchard és Fischer (1992) megmutatták, hogy ez a rugalmasság az intertemporális helyettesítés rugalmassága reciprokának -1-szeresével egyenlő. Ezek szerint tehát $\theta = -\frac{cu''(c)}{u'(c)} = -\frac{du'}{u'} : \frac{dc}{c}$, és minél nagyobb θ értéke, annál erőteljesebben preferálja a háztartás az egyenletes fogyasztási pályát.

Ha az állandó ütemű növekedés pályáján a kamatláb és a fogyasztás növekedési rátája konstans, akkor u-ra olyan hasznossági függvényt kell találni, melyre az intertemporális helyettesítés rugalmassága változatlan. Ilyen CIES (*constant intertemporal elasticity of substitution*) hasznossági függvény a $\theta = -\frac{cu''(c)}{u'(c)}$ differenciálegyenlet megoldása révén nyerhető, feltéve, hogy θ konstans. Bevezetve a $g(c) = u'(c)$ jelölést, a megoldandó differenciálegyenlet a következő alakban írható fel: $g'(c)+\frac{\theta}{c}g(c) = 0$. A megoldás során továbbra is alkalmazható az (1.1) formula, ám az idő szerepét most a fogyasztás veszi át. Eszerint $b = \theta \ln c$, és így $g(c) = Zc^{-\theta}$, ahol Z tetszőleges konstans. Célszerű Z értékét egységnyinek venni. A keresett hasznossági függvény egyszerű integrálással adódik:

$$u(c) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1 - \theta}. \tag{4.9}$$

Az előzőekben láttuk, hogy $\theta > 0$. A határhaszon csökkenő volta helyett annak állandóságát feltételezve $\theta = 0$, és a (4.9) hasznossági függvény a határhaszon egységnyi értéke mellett lineáris. Egységnyitől eltérő konstans határhaszon esetén a differenciálegyenlet megoldása során bevezetett Z konstans értéke adja meg u' nagyságát. A (4.9) hasznossági függvény nincs értelmezve $\theta = 1$ esetére. A L'Hôpital szabály alkalmazásával azonban megmutatható, hogy ha $\theta \to 1$, akkor hasznossági függvényünk az $\ln c$ függvényhez tart. Ezt biztosítja a számlálóban szereplő -1-es tag. $\theta > 1$ esetén alacsony c értékekre negatív hasznosság adódik, azonban $\lim\limits_{c \to \infty} u = \dfrac{-1}{1-\theta} > 0$. A továbbiakban feltesszük, hogy $0 < \theta < 1$ teljesül. Az így nyert hasznossági függvényt szokás állandó relatív kockázatkerülési együtthatójú (CRRA) (*constant relative risk aversion*) hasznossági függvénynek is nevezni.

Behelyettesítve az optimális fogyasztási pálya (4.8) feltételébe a (4.9) hasznossági függvényt $u'(c) = c^{-\theta}$ és $u''(c) = -\theta c^{-\theta-1}$ miatt, az $r = \rho + \theta\hat{c}$ differenciálegyenlethez jutunk, amiből a fogyasztás optimális növekedési rátája:

$$\hat{c} = \frac{1}{\theta}(r - \rho), \tag{4.10}$$

A (4.10) differenciálegyenlet szerint minél erőteljesebben preferálja a háztartás az egyenletes növekedési pályát, annál kevésbé érzékeny a fogyasztás növekedési rátája a kamatláb és az időpreferencia-ráta közti különbségre.

A transzverzalitási feltétel értelmezéséhez célszerű abból a λ változót kiküszöbölni. Ehhez oldjuk meg a (4.5) elsőrendű feltételben adott $\dot{\lambda} + r\lambda = 0$ differenciálegyenletet. Figyelembe véve, hogy $\dot{r} \neq 0$, az (1.1) formulát követve: $b = \int_0^t r(v)dv$, továbbá a $t = 0$ helyettesítést alkalmazva a Z konstans értékének meghatározása során λ következő függvényéhez jutunk:

$$\lambda = \lambda(t) = \lambda(0)e^{-\int_0^t r(v)dv}.$$

Beírva a λ növekedési pályájára imént kapott függvényt a (4.6) transzverzalitási feltételbe, majd az egyenletet $u'(c(0))$-lal elosztva, annak alábbi formáját kapjuk:

$$\lim_{t\to\infty} ke^{-\int_0^t r(v)dv} = 0 \tag{4.11}$$

Figyelembe véve a (4.3) feltétellel kapcsolatban mondottakat, könnyű felismerni, hogy bal oldalon a vagyon nettójelenértékének végtelenben vett határértéke szerepel. Láttuk, hogy a háztartás végtelen időhorizonton nem finanszírozhat rulírozó hitelek felvétele révén jövedelménél nagyobb fogyasztást, ezért volt szükség a (4.3) egyenlőtlenség kikötésére. Most az is kiderült, hogy az optimális fogyasztási pályán ennek az egyenlőtlenségnek egyenlőség formájában kell teljesülnie.

4.2 Az optimális fogyasztási pálya

Áttérve a makroszintű elemzésre, célszerű bevezetni a reprezentatív háztartás fogalmát. Ez az alábbiak feltevését jelenti:

1. Az időpreferencia ráta és az intertemporális helyettesítés rugalmassága minden háztartás esetén azonos.

   Ez a feltevés azért szükséges, hogy a (4.10) optimumkritérium egyszerűen átvihető legyen makroszintre. Arrow (1963) lehetetlenségi tétele[1] szerint ugyanis nem lehetséges az egyes háztartások különböző hasznossági függvényeit demokratikus elvek szerint összegezni. Hasonló feltevéssel élnek pl: Ladrón-de-Guevara és szerzőtársai (1999). Simonovits (1996) a „reprezentatív fogyasztó" fogalmával kapcsolatos fenntartásokat idéz, melyek a reprezentatív háztartás koncepciójára is érvényesek. Ennek hiányában azonban Arrow lehetetlenségi tétele miatt vissza kellene térni az előző fejezetben tárgyalt központi tervező feltevéséhez, miként azt Ramsey (1928) is tette. Ebben az esetben az u hasznossági függvény a központi tervező preferenciáit fejezné ki.

2. Minden egyes háztartás munkakínálata egységnyi.

   A háztartások munkakínálatának behatóbb vizsgálatától a korábbi fejezetekhez hasonló módon eltekintünk.

3. A háztartások száma, következésképp a gazdaság rendelkezésére álló munka mennyisége n exogén konstans ráta szerint növekszik.

   A háztartások számának növekedése olymódon megy végbe, hogy a már meglévő háztartásokból időnként kiválik egy tag, és egy másik háztartásból szintén kiváló, ellentétes nemű taggal együtt új háztartást hoznak létre.

4. A gazdaság zárt, következésképp a háztartások összes vagyona megegyezik a fizikai tőkejavak mennyiségével. A modell nyitott gazdaságra történő kiterjesztése megtalálható Barro és Sala-i-Martin (1995) könyvében.

[1] Magyar nyelven bizonyítással együtt megtalálható Zalai (1989)

Tegyük fel, hogy egy adott pillanatban a gazdaság L számú háztartásból áll. Jelölje az i-ediknek a vagyonát k_i. $k_i < 0$ esetén az i-edik háztartásnak adóssága van. Legyen továbbá $K = \sum_{i=1}^{L} k_i$. Mivel a háztartások vagyona csak egy másik háztartással szemben fennálló hitelkövetelésben vagy fizikai tőkejavakban testesülhet meg, K a fizikai tőkejavak mennyiségének a mérőszáma. Legyen most $k = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} k_i$, ekkor k az átlagos vagyonnal rendelkező, reprezentatív háztartás vagyona. A fizikai tőkejavak állománya: $K = kL$, és mindkét oldalt az idő szerint differenciálva: $\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} + nk$ adódik. Továbbra is feltesszük a kimerítési elv érvényességét, mely szerint: $Y = (r + \delta)K + wL$, amiből $\dot{K} = Y - C - \delta K$ miatt $\dot{K} = rK + wL - C$ következik. C az összes fogyasztás nagyságát jelöli. Elosztva utolsó egyenletünk mindkét oldalát L-lel, majd behelyettesítve a $\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} + nk$ összefüggésbe, a tőkeintenzitás következő mozgásegyenletét kapjuk:

$$\dot{k} = rk + w - c - nk. \tag{4.12}$$

Ez az egyenlet annyiban tér el a reprezentatív háztartásra levezetett (4.2) differenciálegyenlettől, hogy a makroszintű megközelítés szükségessé teszi L növekedésének a figyelembe vételét.

A fentiek miatt a vállalatok rendelkezésére álló munka mennyisége: $L = L(0)e^{nt}$, ahol $L(0)$ a háztartások száma a $t = 0$ időpontban. Az 1.2.1.3. pontban bevezetett munkanövelő technikai haladást feltételezve: a rendelkezésre álló hatékony munka mennyisége az (1.6) egyenletnek megfelelően: $\bar{L} = e^{mt}L = L(0)e^{(m+n)t}$.

Az egységnyi hatékony munkára eső tőke mozgásegyenletének felírásához induljunk ki $\bar{k}$ 1.2.2. szakaszban adott definíciójából, mely szerint: $\bar{k} = \frac{k}{e^{mt}}$. Mindkét oldalt az idő szerint deriválva: $\dot{\bar{k}} = \frac{\dot{k} - mk}{e^{mt}}$, és így $\dot{k} = \dot{\bar{k}}e^{mt} + mk$. w és r kiküszöbölése érdekében alkalmazzuk az (1.10) és (1.11) összefüggéseket, ekkor a (4.12) differenciálegyenlet felhasználásával a hatékony tőkeintenzitás alábbi mozgásegyenletéhez jutunk:

$$\dot{\bar{k}}e^{mt} + mk = kf'(\bar{k}) - \delta k + \left[f(\bar{k}) - \bar{k}f'(\bar{k})\right] e^{mt} - c - nk,$$

mindkét oldalt elosztva e^{mt}-vel és átrendezve:

$$\dot{\bar{k}} = f(\bar{k}) - \bar{c} - (m + n + \delta)\bar{k}. \tag{4.13}$$

ahol a (3.1) egyenletnek megfelelően $\bar{c} = ce^{-mt}$, az egységnyi hatékony munkára eső fogyasztás. Solow modelljében ennek az egyensúlyi növekedési rátája zérus. A (4.13) egyenlet egyébként a teljes gazdaság erőforráskorlátjaként is felfogható, ugyanis $\bar{c} + (m+n+\delta)\bar{k} + \dot{\bar{k}} = f(\bar{k})$. Eszerint az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás egy része fogyasztásra kerül, másik része a hatékony tőke amortizációs veszteségeit pótolja, a maradék pedig az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyiségét növeli. Másrészt $c = \bar{c}e^{mt}$ miatt: $\dot{c} = \dot{\bar{c}}e^{mt} + m\bar{c}e^{mt}$, és mindkét oldalt elosztva c-vel $\hat{c} = \hat{\bar{c}} + m$ adódik. Behelyettesítve a (4.10) egyenletet: $\hat{\bar{c}} = (r - \rho - \theta m)/\theta$, amiből az (1.10) összefüggést felhasználva:

$$\hat{\bar{c}} = [f'(\bar{k}) - \delta - \rho - \theta m]/\theta. \tag{4.14}$$

A (4.11) transzverzalitási feltétel makroszintre történő átírásához szorozzuk meg mindkét oldalt L-lel. Az eredmény:

$$L \lim_{t\to\infty} ke^{-\int_0^t r(v)dv} = \lim_{t\to\infty} Lke^{-\int_0^t r(v)dv} \lim_{t\to\infty} L(0)ke^{-\int_0^t [r(v)-n]dv} = 0.$$

Az átalakítások során felhasználtuk, hogy $L = L(0)e^{nt}$. Mindkét oldalt $L(0)$-lal osztva, továbbá figyelembe véve az (1.10) egyenletet és azt, hogy definíció szerint $\bar{k} = ke^{-mt}$, a transzverzalitási feltétel az alábbi formában írható fel:

$$\lim_{t\to\infty} L(0)\bar{k}(t)e^{-\int_0^t [f'(\bar{k}(v))-\delta-m-n]dv} = 0. \tag{4.15}$$

Az előző alfejezetben levezetett transzverzalitási feltétel egyetlen háztartás vagyonára vonatkozott, és figyelmen kívül hagyta azt a tényt, hogy a háztartásból időnként egy másik háztartás válik ki. Ennek most levezetett makroszintű kiterjesztése az egységnyi hatékony munkára eső fizikai tőkejavak mennyiségére vonatkozik, ezért jelenik itt meg a reprezentatív háztartásra levezetett (4.11) transzverzalitási feltétellel szemben a népesség növekedése és az exogén technikai haladás.

A további fejtegetések szempontjából fontos, hogy $\lim_{t\to\infty} \bar{k}(t) > 0$ esetén a transzverzalitási feltétel csak abban az esetben teljesül, ha fennáll az

$$r = f'(\bar{k}) - \delta > m + n \tag{4.16}$$

egyenlőtlenség.

Az eddigiek egy másik fontos következménye, hogy állandó ütemű növekedés esetén $\hat{\bar{k}}$ és $\hat{\bar{c}}$ előjele mindenkor azonos. Ennek bizonyításához fejezzük ki $\bar{c}$-t a (4.13) differenciálegyenletből, és vezessük be a $\gamma = \hat{\bar{k}}$ jelölést. Figyelembe véve, hogy $\dot{\bar{k}} = \bar{k}\hat{\bar{k}} = \bar{k}\gamma$, továbbá az állandó ütemű növekedés miatt: $\dot{\gamma} = 0$, a következő egyenlethez jutunk:

$$\bar{c} = f(\bar{k}) - (m + n + \delta)\bar{k} - \bar{k}\gamma.$$

Mindkét oldalt az idő szerint differenciálva:

$$\dot{\bar{c}} = \dot{\bar{k}}\left[f'(\bar{k}) - (m + n + \delta + \gamma)\right]. \tag{4.17}$$

Jelölje továbbá $\bar{k}$ konstans növekedési rátáját m, ekkor a (4.15) transzverzalitási feltétel a következő formában írható fel:

$$\lim_{t\to\infty} \bar{k}(0) e^{-\int_0^t [f'(\bar{k}(v)) - \delta - m - n - \gamma] dv} = 0.$$

Ez $\bar{k}(0) > 0$ esetén csak akkor teljesülhet, ha a kitevőben a szögletes zárójelben álló kifejezés pozitív. Ekkor azonban a (4.17) egyenletben is pozitív a szögletes zárójelben szereplő kifejezés, amiből $\hat{\bar{k}}$ és $\hat{\bar{c}}$ előjeleinek megegyezése következik.

4.3 Egyensúly

A (4.13) és (4.14) mozgásegyenletek által meghatározott nem-lineáris rendszer akkor van egyensúlyban, ha $\dot{\bar{k}} = 0$ és $\dot{\bar{c}} = 0$ teljesül. Megmutatjuk, hogy a 2.2. alfejezetben tett kijelentés, mely szerint az állandó ütemű növekedés feltétele az egyensúly fennállása, most is érvényes. Ennek belátásához indirekt módon tegyük fel, hogy az egységnyi hatékony munkára eső fizikai tőkejavak mennyiségének konstans növekedési rátája pozitív. Mivel föltevésünk szerint az aggregát termelési függvény jól viselkedő, $\lim_{t\to\infty} f'(\bar{k}) = 0$, amiből a (4.14) mozgásegyenlet szerint $\lim_{t\to\infty} \hat{\bar{c}} < 0$ következik. Ez viszont ellentmond az előző alfejezet végén bizonyított azon következtetésünknek, mely szerint állandó ütemű növekedés esetén $\hat{\bar{k}}$ és $\hat{\bar{c}}$ előjele azonos. Hasonló módon látható be, hogy egyenletes növekedés esetén $\hat{\bar{k}} < 0$ sem állhat fenn, így $\hat{\bar{k}} = \hat{\bar{c}} = 0$ valóban teljesül.

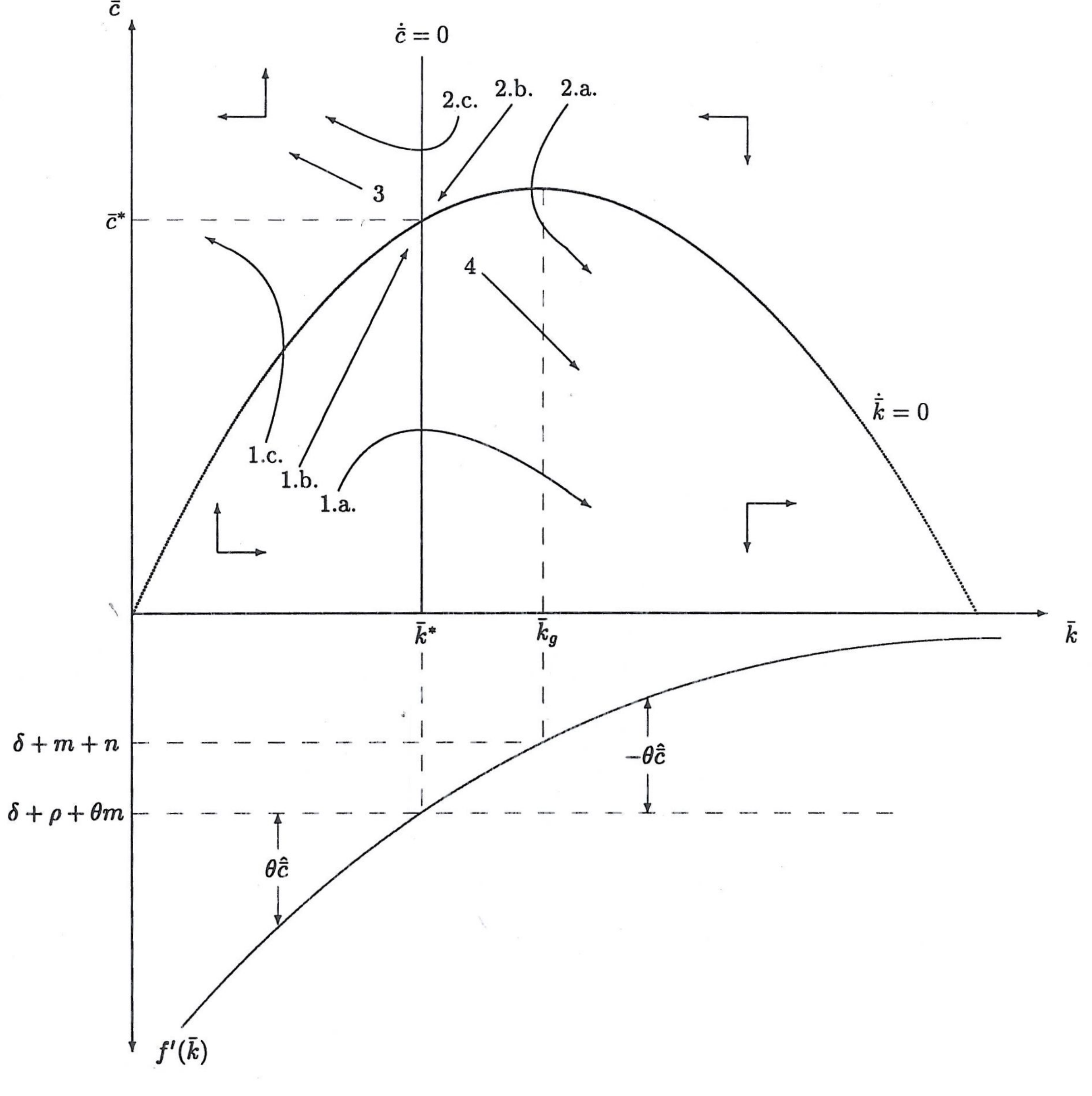
Az egyensúlyi értékek jelölésére vezessük be a $\bar{k}^*$, és $\bar{c}^*$ szimbólumokat. Ezek az értékek a (4.13) és (4.14) mozgásegyenletek segítségével az alábbi módon határozhatók meg:

$$f'(\bar{k}^*) = \delta + \rho + \theta m \tag{4.18}$$

$$\bar{c}^* = f(\bar{k}^*) - (m + n + \delta)\bar{k}^* \tag{4.19}$$

Az egyensúlyi helyzet további vizsgálatához célszerű elkészíteni az 1.4.3. pontban említett fázisdiagramot. A vízszintes tengelyen $\bar{k}$, a függőleges tengelyen pedig $\bar{c}$ nagyságát ábrázolva a $\dot{\bar{c}}$ nyugalmi vonal a (4.14) mozgásegyenlet szerint egy függőleges egyenes. Ezen egyenes helyzetének meghatározása céljából szerepeltetem a IV. síknegyedben az $f'(\bar{k})$ határtermelékenységi függvényt. A vízszintes tengely alatt, azzal párhuzamosan, tőle $\delta+\rho+\theta m$ távolságra futó egyenes és az $f'(\bar{k})$ görbe függőleges távolsága a (4.14) mozgásegyenletből következően éppen $\theta\hat{\bar{c}}$-pal egyenlő. E nagyságot jelzik az ábrán feltüntetett méretnyilak. θ konstans volta miatt ezek hossza $\hat{\bar{c}}$-pal egyenesen arányos. A fázisdiagram és az $f'(\bar{k})$ görbe a 4.1. ábrán látható.

A $\dot{\bar{k}} = 0$ nyugalmi vonal a (4.13) összefüggésből adódik, egyenlete: $\bar{c} = f(\bar{k}) - (m+n+\delta)\bar{k}$. Egyszerű deriválással kapható, hogy e görbe maximumhelye az $f'(\bar{k}) = m + n + \delta$ egyenletet kielégítő $\bar{k}$ értéknél van. Jelölje az egységnyi hatékony munkára eső fizikai tőkejavak ezen mennyiségét $\bar{k}_g$. Ezek szerint $\bar{c}$ egyensúlyi szintje akkor maximális, ha teljesül az $f'(\bar{k}_g) = m + n + \delta$ egyenlet. Hasonló eredményre jutottunk a felhalmozás aranyszabályának levezetése során



4.1. ábra A RAMSEY-MODELL FÁZISDIAGRAMJA

a 3.1. alfejezetben. A 4.1. ábrán azonban az is látható, hogy $\bar{k}^* < \bar{k}_g$. Ennek oka, hogy a háztartások optimalizáló magatartásából adódó (4.15) transzverzalitási feltétel kielégítéséhez szükséges a (4.16) egyenlőtlenség teljesülése, amiből az egyensúlyi növekedési pályán érvényes (4.18) egyenlet szerint

$$\rho + \theta m > m + n \tag{4.20}$$

adódik. $\bar{k}^*$ nagysága tehát elmarad $\bar{k}_g$ értékétől, és a (4.18) egyenlet révén határozódik meg, mely egyenletet a felhalmozás módosított aranyszabálya néven ismer az irodalom (Pl: Blanchard és Fischer (1992)).

4.3.1 A megtakarítási határhajlandóság

A háztartások viselkedésének módosulását a ρ és θ magatartási paraméterek értékének megváltozása reprezentálja. Nem világos azonban, hogy milyen kapcsolatban vannak ezek a paraméterek a 2. fejezetben alkalmazott $S = sY$ megtakarítási függvény s paraméterével, mely egyidejűleg értelmezhető megtakarítási hányad és megtakarítási határhajlandóság gyanánt. Az összefüggés tisztázásához szükséges a fogyasztási határhajlandóság levezetése.

Figyelembe véve, hogy az (1.7) egyenletből $\bar{k}^* = f^{-1}(\bar{y}^*)$ adódik, a (4.19) egyenlet a következő formában írható fel:

$$\bar{c}^* = \bar{y}^* - (m + n + \delta) f^{-1}(\bar{y}^*). \tag{4.21}$$

Az inverz függvény deriválása során alkalmazva a (4.18) egyenletet, ebből a fogyasztási határhajlandóság: $\frac{d\bar{c}^*}{d\bar{y}^*} = 1 - \frac{m+n+\delta}{\delta+\rho+\theta m}$, és így a megtakarítási határhajlandósgára a következő formula adódik:

$$s^* = \frac{m + n + \delta}{\delta + \rho + \theta m}. \tag{4.22}$$

$0 < s < 1$ teljesülését a (4.20) egyenlőtlenség biztosítja. Egyszerű deriválással ellenőrizhető, hogy $0 < \theta < 1$-ből következően a technikai haladás exogén rátájának növekedésével s^* értéke is emelkedik, továbbá a (4.20) egyenlőtlenségből adódóan az amortizációs ráta növekedése is hasonló eredménnyel jár.

Érdekes módon s^* értéke nem egyezik meg a megtakarítási hányad egyensúlyi nagyságával. Utóbbi levezetéséhez szintén a fogyasztási hányad meghatározása révén jutunk. A (4.19) egyenlet miatt: $\frac{\bar{c}^*}{f(\bar{k}^*)} = \frac{f(\bar{k}^*)-(m+n+\delta)\bar{k}^*}{f(\bar{k}^*)}$, amiből a fogyasztási hányad: $1 - (m + n + \delta)\frac{\bar{k}^*}{f(\bar{k}^*)}$, és így a megtakarítási hányad:

$$\frac{S}{Y} = (m + n + \delta)\frac{\bar{k}^*}{f(\bar{k}^*)}. \tag{4.23}$$

Az 1.1.4. szakaszban mondottak szerint a megtakarítási határhajlandóság és megtakarítási hányad egybeesése a fogyasztás és kibocsátás közti egyenes arányosságból következik. A (4.21) egyenlet szerint azonban $\bar{c}^*$ és $\bar{y}^*$ között ezúttal nem áll fenn egyenes arányosság, hisz f jól viselkedő függvény.

Az eredmények a következőképpen értelmezhetők: A megtakarítási határhajlandóság egyensúlyi nagysága a hatékony tőke amortizációs rátájának és határtermelékenységének a hányadosával egyenlő, a megtakarítási hányad pedig a hatékony tőke amortizációs rátájának és átlagtermelékenységének a hányadosával egyezik meg. Mindebből az is következik, hogy a megtakarítási hányad a megtakarítási határhajlandóság és a tőke parciális termelési rugalmasságának a szorzatával egyenlő. Ha feltesszük, hogy a tőke parciális termelési rugalmassága nulla és egy közé esik, akkor ez az eredmény alátámasztja a megtakarítási függvény tankönyvekben szokásos ábrázolásmódjának létjogosultságát, melynek során a rendelkezésre álló jövedelem függvényében ábrázolt lineáris megtakarítási függvény az origó alatt metszi a függőleges tengelyt. Ekkor ugyanis az egyensúlyi pontban a megtakarítási hányad kisebb a megtakarítási határhajlandóságnál. A megtakarítási határhajlandóság egyensúlyi nagyságát ezek szerint a technikai paraméterek közül csupán az exogén technikai haladás rátája és az amortizációs ráta befolyásolja. A megtakarítási hányad egyensúlyi értékére ezzel szemben az f függvény specifikációja is hatással van.

Az egyensúlyi növekedési pályán továbbra is érvényesek a 2.1. táblázat adatai, így az m illetve n paraméterértékek megváltozásának egyensúlyi növekedési rátákra gyakorolt hatása közvetlenül adódik. A további komparatív statikus elemzést hatékonyan támogatja a 4. 1. ábra. A $\dot{\bar{k}} = 0$ nyugalmi vonal elmozdulásaira pedig egyszerűen következtethetünk a (4.19) egyenletből.

A 4. 1. ábráról az is leolvasható, hogy minél alacsonyabb ρ, illetve θ értéke, annál jobban megközelíti a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi nagysága a $\bar{k}_g$ értéket. A (4.22) egyenletből az is látszik, hogy ρ, illetve θ csökkenése a megtakarítási határhajlandóság egyensúlyi értékének növekedését jelenti. Mivel ennek hatására $\bar{k}^*$ értéke növekszik, a tőke átlagtermelékenysége csökken, és így a megtakarítási hányad egyensúlyi nagysága is nő.

4.3.2 Dinamika

A 4.1. ábra felső síknegyedében feltüntetett nyilak oly módon adódnak, hogy a (4.13) és (4.14) mozgásegyenleteket felhasználva feltüntetem, milyen irányba mozdulnak el a $\bar{k}$, $\bar{c}$ változók az egyensúlyi ponton kívül. E nyilak irányából látszik, hogy a mozgásegyenletek által definiált dinamikus rendszert nyeregpont-stabilitás jellemzi. A nyeregpont-stabilitást az különbözteti meg a teljes instabilitástól, hogy pontosan kettő olyan trajektória létezik, mely az egyensúlyi helyzetbe vezet. E pályagörbéket, melyeket Chiang (1984) stabil ágaknak nevez, a 4.1. ábrán 1.b.-vel, illetve 2.b.-vel jelöltem. Az ábráról az is kitűnik, hogy e stabil ágak egy pozitív meredekségű görbét alkotnak. Vezessük be e görbe leírására a $\bar{c} = g(\bar{k})$ függvényt.

A nyeregpont stabilitás precízebb bizonyítása oly módon történik, hogy a (4.13) és (4.14) mozgásegyenleteket az egyensúlyi pont körül történő elsőrendű Taylor-sorfejtés révén linearizáljuk, majd megmutatjuk, hogy az így nyert lineáris rendszer mátrixának egyik sajátértéke pozitív, a másik pedig negatív. A bizonyítás megtalálható Simonovits (1998) vagy Chiang (1992) könyvében.

Az egyensúlyi ponton kívül a (4.13) és (4.14) mozgásegyenletek az $\bar{y} = f(\bar{k})$ függvény felhasználásával az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás növekedési rátáját endogén változóként határozzák meg. A 4.1. ábrán bemutatott pályagörbék segítségével néhány jellegzetes fogyasztói magatartás válik elkülöníthetővé. A különféle magatartásformák előfordulása a reprezentatív háztartás $t = 0$ időpontbeli vagyonától és fogyasztásától függ.

Tegyük fel, hogy $\bar{k}(0) < \bar{k}^*$, amennyiben $\bar{c}(0)$ kicsi, azaz $\bar{c}(0) < g(k(0))$ teljesül, a $(\bar{k}, \bar{c})$ pályagörbe a 4. 1. ábrán bemutatásra kerülő 1.a. jellegű. Ezen absztinens trajektória mentén $\bar{c}$ nagysága $\bar{k}$ egyensúlyi értékének eléréséig növekszik, onnan kezdve csökken, és a 4.1. ábrán feltünetett méretnyíl szerint $\bar{k}$ növekedésével $\bar{c}$ csökkenése egyre gyorsul. $g(k(0)) < \bar{c}(0)$ esetén a reprezentatív háztartás vagyonának és fogyasztásának alakulása az 1.c, 2.c, vagy 3. hedonista pályagörbe mentén követhető nyomon. Hogy melyiken a három közül, az szintén $\bar{c}(0)$ értékétől függ. Az absztinens és hedonista magatartást reprezentáló pályagörbék határán található az egyensúlyi pont felé tartó 1.b. pályagörbe.

$\bar{k}(0) > \bar{k}^*$ esetén amennyiben $\bar{c}(0) > g(\bar{k}(0))$ teljesül, egy a 2.c. jellegű hedonista pályagörbére kerül a reprezentatív háztartás, $\bar{c}(0) < g(\bar{k}(0))$ esetén pedig $\bar{c}(0)$ értékétől függően egy 2.a, 1.a, vagy 4. jellegű absztinens trajektóriára. A hedonista és absztinens trajektóriákat a 2.b. stabil ág választja el egymástól.

Végtelen sok hedonista trajektória létezik, de csupán egy olyan akad köztük, melyen $\bar{c}$ értéke mindvégig növekszik, $\bar{k}$ pedig mindvégig csökken. Ez a 3. jelű, szuperhedonista pályagörbe. Ugyanígy egyértelműen létezik az ábrán 4-gyel jelölt szuperabsztinens pályagörbe is.

A stabil ágakon kívül elhelyezkedő pályagörbék részletes vizsgálata felveti azt a kérdést, hogy miként maximalizálhatja a reprezentatív háztartás végtelen időhorizonton értelmezett intertemporális jólétét egy olyan fogyasztási pálya, melyen fogyasztása illetve vagyona véges időn belül nullára csökken. A válasz az, hogy sehogy. Jóllehet, e trajektóriák kielégítik a modell (4.13) és (4.14) mozgásegyenleteit, megsértik azonban mind a makroszinten értelmezett (4.15), mind pedig a mikroszinten értelmezett (4.11) transzverzalitási feltételt. E feltételek csak a stabil ágak mentén nem sérülnek. Mivel pedig $\bar{c}(0)$ a reprezentatív háztartás döntési változója, az intertemporális jólét maximalizálása során e háztartás $\bar{c}(0)$ nagyságát a transzverzalitási feltétel figyelembe vételével választja meg, tehát egy az egyensúlyi pont felé mutató fogyasztási pályára áll. Ezek szerint amennyiben a gazdaságot valamilyen exogén hatás kitéríti egyensúlyi helyzetéből, a háztartások racionális viselkedése biztosítja az egyensúlyi helyzetbe történő visszatérést. Az elmodottakból következik, hogy az egyensúlyi helyzet stabil, a stabilitást pedig a mozgásegyenletek mellett a transzverzalitási feltétel biztosítja. E tarnszverzalitási feltétel a következőképpen értelmezhető:

1. A háztartások nem biztosíthatnak önmaguk számára tartósan magasabb fogyasztást, mint amekkora a jövedelmük. Ezt fejezi ki a (4.3) feltétel.

2. A háztartások által felhalmozott vagyon jelenértékének végtelenben vett határértéke nem pozitív, azaz: $\lim_{t\to\infty} ke^{-\int_0^t r(v)dv} \leq 0$.

A két egyenlőtlenség éppen a (4.11) egyenlettel ekvivalens.

4.4 A modell AK változata

Az előző alfejezetben a stabil egyensúlyi növekedési pálya mentén adódó növekedési ráták exogén nagyságok voltak. Endogén növekedés a 2. fejezetben legegyszerűbben az $Y = AK$ termelési függvény bevezetése révén adódott. Ilyen típusú termelési függvényeket alkalmazott Feldman 3. fejezetben tárgyalásra került modellje is. Mindezek miatt kézenfekvőnek tűnik a Ramsey-modell AK változatának alaposabb vizsgálata.

$f'(\bar{k}) = A$ miatt a (4.14) mozgásegyenlet a következőképpen írható fel:

$$\hat{\bar{c}} = \frac{A - \delta - \rho - \theta m}{\theta}. \tag{4.24}$$

Figyelembe véve továbbá a (4.13) mozgásegyenletet, az alábbi kétváltozós lineáris rendszerhez jutunk:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{k}} \\ \dot{\bar{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - (m + n + \delta) & -1 \\ 0 & \frac{A-\delta-\rho-\theta m}{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{k} \\ \bar{c} \end{bmatrix}$$

Mind az egyensúlyi mind, az azon kívüli növekedési pályák vizsgálatához hasznos lesz az alábbi egyszerű állítás bebizonyítása, melyet a dolgozat további részében is fel fogok használni:

Ha a

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{k}} \\ \dot{\bar{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ 0 & a_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{k} \\ \bar{c} \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

lineáris rendszerben

$$\lim_{t\to\infty} \bar{k}(t)e^{-a_{1,1}t} = 0 \tag{4.26}$$

teljesül, akkor $\bar{k} = \frac{a_{1,2}}{a_{2,2}-a_{1,1}}\bar{c}$ és $a_{2,2} < a_{1,1}$.

Bizonyítás

Behelyettesítve a $\bar{c} = \bar{c}(0)e^{a_{2,2}t}$ egyenletet a $\dot{\bar{k}} = a_{1,1}\bar{k} + a_{1,2}\bar{c}$ egyenletbe, a következő elsőrendű differenciálegyenlethez jutunk: $\dot{\bar{k}} - a_{1,1}\bar{k} = a_{1,2}\bar{c}(0)e^{a_{2,2}t}$. Alkalmazva a megoldás során az (1.1) formulát: $b = -a_{1,1}t$ és így

$$\bar{k} = e^{a_{1,1}t}\left(Z + \int a_{1,2}\bar{c}(0)e^{(a_{2,2}-a_{1,1})t}dt\right) = Ze^{a_{1,1}t} + \frac{a_{1,2}}{a_{2,2} - a_{1,1}}\bar{c}(0)e^{a_{2,2}t}.$$

Behelyettesítve a (4.26) feltételbe:

$$\lim_{t\to\infty}\left[Ze^{a_{1,1}t} + \frac{a_{1,2}}{a_{2,2} - a_{1,1}}\bar{c}(0)e^{a_{2,2}}\right]e^{-a_{1,1}t} = 0,$$

ami csak akkor teljesül, ha egyrészt $Z = 0$, másrészt $a_{2,2} < a_{1,1}$. Mindezek miatt:

$$\bar{k} = \frac{a_{1,2}}{a_{2,2} - a_{1,1}}\bar{c}(0)e^{a_{2,2}t},$$

és a jobb oldalon a törtkifejezés után éppen $\bar{c}$ szerepel. ∎

Megjegyzendő, hogy ez az állítás az egyensúlyi és nem egyensúlyi növekedési pályákon egyaránt érvényes.

Állításunk fontos következménye, hogy amennyiben $a_{1,2} = -1$ és $\bar{y} = A\bar{k}$, akkor $\bar{c} = \frac{a_{1,1}-a_{2,2}}{A}\bar{y}$, és így a fogyasztási határhajlandóság és fogyasztási hányad egybeesik, nagyságuk pedig az $\frac{a_{1,1}-a_{2,2}}{A}$ törtkifejezés nagyságával egyezik meg. Ebből adódóan a megtakarítási határhajlandóság és megtakarítási hányad nagysága is megegyezik, értékük pedig: $s = \frac{A-a_{1,1}-a_{2,2}}{A}$. Ez az eredmény azért fontos, mert a 4.3.1. szakaszban láttuk, hogy még az egyensúlyi növekedési pályán is előfordulhat, hogy a megtakarítási határhaljandóság eltér a megtakarítási hányadtól.

Modellünkben a (4.26) feltétel teljesülését a (4.15) transzverzalitási feltétel biztosítja, $a_{2,2} < a_{1,1}$ következménye pedig az, hogy

$$\frac{A - \delta - \rho}{\theta} - (A - \delta - n) < 0. \tag{4.27}$$

Ennek az egyenlőtlenségnek a közgazdasági tartalmát a következőképpen kapjuk: Behelyettesítve a (4.9) hasznossági függvénybe a (4.24) differenciálegyenlet megoldását, majd ezt az egyes háztartások intertemporális jólétét meghatározó (4.1) célfüggvénybe, és figyelembe véve, hogy a (3.1) egyenletből $\hat{c} = \hat{\bar{c}} + m$ adódik, az egyes háztartások intertemporális jólléte az alábbiak szerint alakul:

$$W = \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{\left[c(0)e^{[(A-\delta-\rho)/\theta]t}\right]^{1-\theta} - 1}{1-\theta} dt.$$

Értelmezzük most a társadalom intertemporális jólétét additív módon, tehát az egyes háztartásokra adódó értékek összegeként. Mivel a társadalom $L = L(0)e^{nt}$ számú háztartásból áll, annak intertemporális jóléte:

$$SWF = L \cdot W = \int_0^\infty L(0)e^{nt}e^{-\rho t} \frac{\left[c(0)e^{[(A-\delta-\rho)/\theta]t}\right]^{1-\theta} - 1}{1-\theta} dt. \qquad (4.28)$$

Ez az improprius integrál, tehát SWF (azaz *social welfare function*) imént bevezetett kategóriája csakis akkor létezik, ha a fenti kifejezésben e kitevője negatív. E kitevő a következőképpen írható fel:

$$(A-\delta-\rho)\frac{1-\theta}{\theta} - \rho + n = \frac{A-\delta-\rho}{\theta} - (A-\delta-n). \qquad (4.29)$$

Az átalakítás révén a (4.27) egyenlőtlenség bal oldalán álló kifejezéshez jutottunk. Ezek szerint a (4.27) egyenlőtlenség azt jelenti, hogy a társadalom intertemporális jóléte additív módon értelmezhető.

Visszatérve modellünkhöz, megállapítható, hogy az egyensúly feltétele egyrészt $A = \delta+\rho+\theta m$ teljesülése, másrészt $\bar{c} = [A-(m+n+\delta)]\bar{k}$ fennállása. Az utóbbi egyenlet fennállása az imént bebizonyított állításból következik. A szögletes zárójelben szereplő tényező pozitivitását a (4.20) egyenlőtlenség biztosítja figyelembe véve az $A = \delta + \rho + \theta m$ egyensúlyi feltétel teljesülését. Így mind $\bar{c}$, mind pedig $\bar{k}$ egyensúlyi értéke pozitív.

A megtakarítási határhajlandóság egyensúlyi értékének levezetéséhez vegyük figyelembe, hogy feltevésünk szerint $\bar{k} = \frac{\bar{y}}{A}$, amiből az egyensúlyi helyzetet meghatározó fenti egyenletek alapján: $\bar{c}^* = \frac{\rho+\theta-(m+n)}{A}\bar{y}^*$ adódik. Ezek szerint $\bar{c}^*$ egyenesen arányos $\bar{y}^*$ nagyságával, és így az egyenletben szereplő tört fogyasztási határhajlandóság, illetve fogyasztási hányad gyanánt egyaránt értelmezhető. Így a megtakarítási határhajlandóság, illetve megtakarítási hányad nagysága: $s^* = \frac{m+n+\delta}{A}$. Ez az összefüggés egyébként $A = \delta + \rho + \theta m$ miatt a (4.22) egyenlet speciális esetének is tekinthető, egyúttal $\frac{\bar{k}}{f(\bar{k})} = \frac{1}{A}$ következtében a (4.23) speciális esetének is. A 4.3.1. szakaszban mondottak szerint a megtakarítási hányad egyenlő a megtakarítási határhajlandóság és a tőke parciális termelési rugalmasságának a szorzatával. Ez most is így van, de a tőke parciális termelési rugalmassága ezúttal egységnyi.

A továbbiakban azzal az esettel foglalkozom, amikor az egyensúly feltétele nem teljesül, tehát $A \neq \delta + \rho + \theta m$. Az alfejezet elején bebizonyított állítás fontos következménye, hogy a gazdaság növekedése ez esetben is kiegyensúlyozott, fennáll ugyanis a $\hat{\bar{k}} = \hat{\bar{c}}$ egyenlőség.

Figyelembe véve a (4.24) egyenletet:

$$\hat{\bar{k}} = \hat{\bar{c}} = \frac{A - \delta - \rho - \theta m}{\theta}.$$

Továbbá $\bar{y} = A\bar{k}$-ból $\hat{\bar{y}} = \hat{\bar{k}}$ következik. Ezek szerint a gazdaság mindig a kiegyensúlyozott növekedés állapotában van, függetlenül attól, hogy teljesül-e a dinamikus egyensúly $A - \delta - \rho - \theta m = 0$ feltétele.

A fentiekből az is kitűnik, hogy a munka növekedési rátájának megváltozása nem módosítja $\hat{\bar{k}}$ nagyságát, megváltoztatja azonban $\bar{k}$ értékét, amint ez állításunkból következik, ugyanis a hatékony tőkeintenzitás növekedési pályája a következő: $\bar{k} = \frac{\bar{c}(0)e^{t(A-\delta-\rho-\theta m)/\theta}}{A-\delta-n-(A-\delta-\rho)/\theta}$.

A megtakarítási hányad illetve határhajlandóság az alfejezet elején bizonyított állítás következményének felhasználásával egyszerűen adódik:

$$s = \frac{A - \delta - \rho + \theta(n + \delta)}{\theta A}.$$

A kapott formula speciális esete az egyensúly esetére imént levezetett $s^* = \frac{m+n+\delta}{A}$ összefüggés.

Összevetve eredményünket a fogyasztási határhajlandóságra a 4.3.1. szakaszban levezetett (4.22), illetve (4.23) formulákkal, vegyük figyelembe, hogy ott az egyensúlyi növekedési pályán adódó fogyasztási határhajlandóság nagyságát vezettük le. Az imént kapott egyenlet azonban a nem egyensúlyi növekedési pályákra is érvényes.

Vizsgáljuk meg, mi a helyzet $\hat{\bar{c}} = \hat{\bar{k}} = \frac{A-\delta-\rho-\theta m}{\theta} < 0$ esetén. Világos, hogy $\hat{\bar{c}} = \hat{\bar{k}} = 0$ eléréséhez a törtkifejezésben szereplő paraméterek milyen irányú megváltozása szükséges. Foglalkozzunk ezek közül ρ és θ csökkenésével. A megtakarítási hányadra imént kapott összefüggés alapján világos, hogy az időpreferencia ráta csökkenése s növekedését eredményezi, tehát az összeomlás elkerülése ez esetben is a megtakarítási hányad növekedésével jár együtt. Nem ilyen egyértelmű a helyzet a θ változó esetében. A (4.8) egyenlet kapcsán mondottak szerint θ csökkenése úgy értelmezhető, hogy a háztartások kevésbé erőteljesen preferálják az egyenletes fogyasztási pályát. Az s-re imént kapott egyenletet θ szerint differenciálva: $\frac{\partial s}{\partial \theta} = -\frac{A(A-\delta-\rho)}{(\theta A)^2}$, így θ csökkenése csakis abban az esetben értelmezhető a magtakarítási határhajlandóság növekedéseként, ha $A - \delta - \rho > 0$, ami a (4.24) egyenlet szerint a növekedés szükséges feltétele.

4.5 Közjavak és endogén növekedés

Tekintsük most azt az esetet, amikor a kormányzat felvásárolja a magánvállalatok outputjának egy részét, és ennek segítségével közszolgáltatásokat biztosít a termelővállalatok számára. Feltesszük, hogy a közszolgáltatásokat előállító technológia (termelési függvény) nem különbözik a többitől, továbbá amennyiben egy vállalat felhasználja a közjavakat a termelés során, ez nem gátolja meg a többi vállalatot abban, hogy ők is éljenek ugyanezen közjavakkal. Jelölje P a kormányzat által a termelővállalatok számára biztosított közjavak mennyiségét, ekkor az aggregát termelési függvény: $Y = A\bar{L}^{1-\alpha}K^{\alpha}P^{\beta}$. Feltesszük, hogy a kormányzati kiadások teljes mértékben a magánvállalatok rendelkezésére bocsátott közjavak beszerzését finanszírozzák. Jelölje G a kormányzati vásárlások összegét, ekkor $P = G$, az aggregát termelési függvény pedig:

$$Y = A\bar{L}^{1-\alpha}K^{\alpha}G^{\beta}, \tag{4.30}$$

ahol $0 < \alpha < 1$ és $\beta \geq 1 - \alpha$. Amennyiben a közjavak parciális termelési rugalmassága $1-\alpha$-nál kisebb lenne, a tőkére és a közjavakra együttesen érvényesülne a csökkenő hozadék elve, ami modellünkben exogén növekedést eredményezne. Ilyen eset vizsgálatára kerül majd sor a következő fejezetben. Feltesszük, hogy a kormányzat költségvetése egyensúlyban van, azaz

$$G = \tau Y, \tag{4.31}$$

ahol a τ marginális adókulcs konstans. A fejezet eddigi részében az elemzések során kulcsszerepet játszott az 1.2.2. szakaszban bevezetett intenzív formában felírt (1.7) termelési függvény. Ugyanott megmutattam azt is, hogy a termelési függvény lineáris homogenitása szükséges feltétele mind az intenzív forma alkalmazhatóságának, mind pedig az állandó ütemű növekedésnek. Mindezek miatt a termelési függvény (4.30) definíciója felveti a kérdést: milyen feltételek teljesülése esetén lieárisan homogén K-ban és $\bar{L}$-ban ez a függvény. Behelyettesítve a (4.30) egyenletbe a (4.31) egyenletet: $Y = A\bar{L}^{1-\alpha}K^{\alpha}(\tau Y)^{\beta}$, amiből a kibocsátást kifejezve: $Y = \left(A\tau^{\beta}\right)^{1/(1-\beta)}\bar{L}^{(1-\alpha)/(1-\beta)}K^{\alpha/(1-\beta)}$. A függvény lineáris homogenitása most kétféle módon biztosítható: Vagy a $\beta = 0$ egyenlőség bevezetésével, ami a közjavak figyelmen kívül hagyását jelenti, vagy pedig azon feltevés mellett, hogy $\bar{L}$ nagysága konstans és $\beta = 1 - \alpha$. Mivel a közjavak gazdasági növekedésben betöltött szerepének vizsgálatára kizárólag az utóbbi esetben nyílik lehetőség, a továbbiakban kényetlenek leszünk feltenni, hogy mind a munka növekedési rátája, mind pedig a technikai haladás rátája zérus, azaz: $m = n = 0$. A termelési függvény ezen definícióját alkalmazza egyébként Barro (1990) cikke is, termelési tényezőként szerepeltetve a kormányzati kiadásokat. A (4.30) egyenletet most a következő módon írhatjuk fel:

$$Y = A^{1/\alpha}\left(\tau\bar{L}\right)^{(1-\alpha)/\alpha}K. \tag{4.32}$$

$m = n = 0$ miatt $\bar{L} = L = L(0)$, és $\bar{k} = k$, ezért a továbbiakban az egyszerűbb írásmódot alkalmazom. Mivel L konstans, a tőke parciális termelési rugalmassága pedig egységnyi, a termelési függvény AK típusú, az előző alfejezetben alkalmazottal szemben azonban most a τ paraméter révén figyelembe veszi a kormányzati kiadásokat is. Az $m = n = 0$ feltevés realitásával kapcsolatban úgy vélem, hogy az $n = 0$ föltevés reális, $m = 0$ kikötése azonban komoly nehézségek forrása lehet.

Továbbra is felteszem, hogy a vállalatok azonos technológiával termelnek, így a profitmaximum elsőrendű feltétele (1.10) helyett a következő:

$$(1-\tau)\alpha A k^{-(1-\alpha)} G^{1-\alpha} = r + \delta. \tag{4.33}$$

Figyelembe véve a termelési függvény (4.30) alatti specifikációját, könnyű észrevenni, hogy a fenti egyenlet bal oldalán a tőke határtermelékenységének $(1-\tau)$-szorosa szerepel. Amennyiben az árszínvonalat egységnyinek tekintjük, ez a szorzat azt mutatja meg, hogy egységnyi tőke többletfelhasználása mennyivel növeli egy adott vállalat adózott árbevételét. A továbbiakban ezt a nagyságot a tőke adózás utáni határtermelékenységének fogjuk nevezni.

Láttuk, hogy a (4.30) termelési függvény K-ban és $\bar{L}$-ben való lineáris homogenitását csak a $\beta = 1-\alpha$ feltevés biztosítja, így: $Y = AL^{1-\alpha}K^{\alpha}G^{1-\alpha}$. Alkalmazva a (4.31) egyenletet: $G/\tau = AL^{1-\alpha}K^{\alpha}G^{1-\alpha}$, amiből $G^{\alpha} = \tau AL^{1-\alpha}K^{\alpha} = \tau ALk^{\alpha}$ következik, és így:

$$G = (\tau AL)^{1/\alpha} k. \tag{4.34}$$

Behelyettesítve ezt az egyenletet a profitmaximum (4.33) alatti elsőrendű feltételébe:

$$(1-\tau)\alpha A^{1/\alpha}(L\tau)^{(1-\alpha)/\alpha} = r + \delta, \tag{4.35}$$

ugyanis:

$$(1-\tau)\alpha A k^{-(1-\alpha)}[\tau AL]^{1/\alpha - 1} k^{1-\alpha} = (1-\tau)\alpha A^{1/\alpha}[L\tau]^{(1-\alpha)/\alpha}.$$

A (4.35) egyenlet azt jelenti, hogy maximális profit elérése esetén a tőke adózás utáni határtermelékenysége független a tőkeintenzitástól. Mivel a (4.32) termelési függvény AK típusú, az egyensúlyi helyzet létezésével és stabilitásával kapcsolatban továbbra is érvényesek az előző alfejezet megállapításai, következésképp a fogyasztás növekedési rátája a (4.35) összefüggés (4.10) differenciálegyenletbe történő behelyettesítése révén határozható meg:

$$\hat{c} = \frac{(1-\tau)\alpha A^{1/\alpha}(L\tau)^{(1-\alpha)/\alpha} - \delta - \rho}{\theta} = a_{2,2}. \tag{4.36}$$

Az $a_{2,2}$ jelölést az előző alfejezet elején bebizonyított állítás felhasználása érdekében alkalmaztam. A (4.32) termelési függvényből ezúttal $f(k) = A^{1/\alpha}$ $(\tau L)^{(1-\alpha)/\alpha}\,k$ következik, és a (4.13) mozgásegyenletből adódóan a (4.25) rendszerben $a_{1,1} = (\tau L)^{(1-\alpha)/\alpha} - \delta$, továbbá $a_{1,2} = -1$. A (4.15) transzverzalitási feltétel továbbra is biztosítja a (4.26) egyenlet teljesülését, így állításunkból következik, hogy a fogyasztás növekedési rátájával megegyező ráta szerint növekszik a tőkeállomány, a tőkeintenzitás és a kibocsátás is.

Az egyensúly szükséges és elegendő feltétele most is $a_{2,2} = 0$ teljesülése, ez azonban aligha tekinthető a gazdaságpolitika célkitűzésének, hisz egyensúlyban: $\hat{c} = 0$. Valószínűbb, hogy a kormányzat a maximális növekedési rátát biztosító marginális adókulcsot igyekszik meghatározni. Ez egyszerű deriválással adódik:

$$\frac{\partial \hat{c}}{\partial \tau} = \frac{\alpha A^{1/\alpha}L^{(1-\alpha)/\alpha}}{\theta}\left[(1-\tau)\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}-1} - \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\right].$$

A jobb oldali kifejezés csakis akkor lehet zérus, ha a szögletes zárójelben álló kifejezés nulla, ami $\frac{1-\tau}{\tau}\frac{1-\alpha}{\alpha} = 1$ esetén teljesül, azaz akkor, ha $1-\alpha-\tau+\alpha\tau = \alpha\tau$. Ezek szerint a maximális növekedési rátát biztosító adókulcs:

$$\tau = 1-\alpha. \tag{4.37}$$

Hasonló eredményre jutunk határelemzés révén is. A (4.30) termelési függvényből:

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = (1-\alpha)AL^{1-\alpha}K^{\alpha}G^{-\alpha} = (1-\alpha)\frac{AL^{1-\alpha}K^{\alpha}G^{1-\alpha}}{G} = (1-\alpha)\frac{Y}{G} = \frac{1-\alpha}{\tau},$$

és mivel egységnyi kormányzati kiadás társadalmi költsége egységnyi, az optimalitás akkor teljesül, ha a hozama, tehát $\partial Y/\partial G = 1$. Ez a hozam pedig éppen a (4.37) egyenlet teljesülése esetén egy. Megjegyzem, hogy $\hat{c}$ maximumával nem feltétlenül esik egybe a társadalom (4.28) egyenlethez hasonlóan definiált intertemporális jólétének maximuma. Barro és Sala-i-Martin (1995) azonban megmutatják, hogy amennyiben az aggregát termelési függvény a (4.30) egyenlet szerinti Cobb-Douglas típusú, a kétféle maximum egybeesik.

A 4.4. alfejezet elején bizonyított állítás következménye most is érvényes: a megtakarítási hányad és a megtakarítási határhajlandóság egybeesnek, mivel azonban a megtakarítási határhajlandóság definíció szerint a megtakarítások rendelkezésre álló jövedelem szerint vett deriváltja, s a rendelkezésre álló jövedelem most y helyett $(1-\tau)y$, az alkalmazandó formula: $s = 1-\frac{a_{1,1}-a_{2,2}}{A(1-\tau)} = \frac{A(1-\tau)-a_{1,1}+a_{2,2}}{A(1-\tau)}$.

Ha $\tau = 1 - \alpha$ esetén a (4.36) formulából $\hat{c} < 0$ adódik, az időpreferencia rátájának csökkenése megint elegendő lehet az összeomlás elkerülésére. Ez most is a megtakarítási határhajlandóság növekedéseként értelmezhető. Nem javít viszont a helyzeten θ csökkenése, mivel az előző alfejezettel ellentétben az exogén technikai haladás hatása ezúttal figyelmen kívül maradt.

5. Elit háztartások és kincstári korrupció

Ebben a fejezetben Solow és Ramsey előzőekben tárgyalt modelljeibe kísérlem meg bevezetni a korrupció egy viszonylag szűk, ám a gazdasági növekedés szempontjából annál jelentősebb formáját, melyet Hámori (1998) kincstári korrupciónak nevez. A korrupció jelenségének általam ismert legáltalánosabb megfogalmazását Petschnig (1993) adta, mely szerint ez a bürokrácia sajátságos devianciája. Bár frappáns volta miatt e definíció rendkívül csábító, túlságosan is átfogó jellegéből adódóan mégis le kell mondani az alkalmazásáról. Ehrlich és Lui (1999) növekedési modellje a korrupciót az emberi tőkébe történő beruházás devianciájának tekinti, melynek következtében nem az emberi, hanem a politikai tőke növekszik. Mivel az eddigiekben alig érintettem a humántőke kérdését, és véleményem szerint Magyarországon a politikai tőke képzéséhez szükséges reál-erőforrás mennyisége egészen a legutóbbi időkig elhanyagolható volt, a politikai tőke felhalmozásának mechanizmusát a továbbiakban figyelmen kívül hagyom. Acemoglu és Verdier (2000) szerint a korrupció leglényegesebb következménye az erőforrások központi újraelosztásának diszfunkcionalitása. Szilágyi (1998) pedig megjegyzi, hogy a korrupció szükséges feltétele a rediszribúció. Ezt a véleményt támasztják alá Tanzi és Davoodi (1997) továbbá Mauro (1998) empirikus kutatásai is. Különösen érdekes Gupta és szerzőtársainak (2001) a katonai kiadások területén folytatott vizsgálódása. Ezekből az eredményekből kiindulva kísérlem meg a korrupció fogalmának meghatározását.

A korrupció jelenségének egyszerű kezelése érdekében azt a következőképpen értelmezem: korrupción értem azt a tranzakciót, amikor a közszféra látszólag vásárol valamit, valójában azonban semmit nem kap a kifizetett pénzért. Ebben az esetben a kormányzati vásárlás célja közpénzek személyes jövedelemmé történő transzformálása. Természetesen a fent meghatározott korrupt tranzakció a valóságban szinte soha nem fordul elő, azonban a kormányzat vásárlásainak jelentős része felbontható egy korrupció mentes és egy korrupt vásárlás összegére. A jelenség mélyebb okait és néhány következményét a gazdaság egy szűkebb szegmensében egy korábbi tanulmányomban vizsgáltam: Bessenyei (1996). Ez a fejezet egy zárt nemzetgazdaság egészére terjeszti ki az elemzést.

A korrupcióra adott fenti definícióval kapcsolatban meg kell jegyezni, hogy az magában foglalja a kontraszelekció jelenségét is, hisz itt is egy olyan tranzakcióról van szó, amikor valaki politikai tőkéjét felhasználva jut olyan beosztásba, melyből származó reáljövedelme munkája határtermelékenységét meghaladja. Kimarad viszont a modellből a hivatali engedélyek megszerzése körül kialakult korrupció, ám ennek jelntősége a gazdasági növekedés szempontjából – véleményem szerint – kevéssé jelentős.

Persson és szerzőtársaihoz (2000) hasonlóan felteszem, hogy a gazdaság valamennyi szereplője saját érdekeit követi, de a kormányzati kiadások egy részének személyes jövedelemmé történő transzformálását makrogazdasági szinten nem tekintem egyértelműen veszteségnek, hisz annak jelentős része megtakarításra kerül, így a tőkeállományt növeli. Modellem hasonlít Del Monte és Papagini (2001) konstrukciójához. A feltevések közti leglényegesebb különbség egyrészt az, hogy mind a vállalatok, mind pedig a háztartások oldalán két szektort különböztetek meg, másrészt nem veszem figyelembe a korrupt tranzakciókkal járó kockázatot. A következtetésekben mutatkozó legfontosabb eltérés, hogy az említett szerzőpár modelljében a gazdaság mindig a kiegyensúlyozott növekedés állapotában van, míg modellemben ez csupán lehetőség.

A feltevések ismertetését követően a második alfejezetben a Solow-modellbe vezetem be a korrupciót Cobb-Douglas típusú termelési függvény mellett. Könnyebben kezelhető eredmények adódnak a harmadik alfejezetben, ahol a 4.2-3. alfejezetek eredményeiből indulok ki. A tárgyalást az AK modell negyedik alfejezetben sorra kerülő felhasználása teszi teljesebbé.

5.1 A modell föltevései

Modellemben a vállalatokat két szektorba osztom. Az elsőbe tartozik minden olyan vállalat, mely fogyasztási cikkeket, beruházási javakat, illetve olyan közjavakat állít elő, amelyek határtermelékenysége nullánál nagyobb. A második szektorba tartozó vállalatok kizárólag azon közjavakat állítják elő, melyek határtermelékenysége zérus. E vállalatok funkciója a kormányzati kiadások egy részének közvetlen jövedelemmé történő átalakítása, tehát korrupciós csatornaként működnek. A vállalatoknak ez az elhatárolása különösen empirikus vizsgálatok esetében lehet problematikus, mivel alig dönthető el egy vállalatról egyértelműen, hogy melyik szektorba tartozik. Helyesebb lenne a második szektorba azon vállalati tevékenységeket sorolni, melyek eredményeként olyan közjavak jönnek létre, melyek határtermelékenysége zérus. Így számos vállalat egyidejűleg tartozna mindkét szektorhoz. Például egy acélmű által egységnyi idő alatt előállított vasúti sín mennyisége az első szektor kibocsátásában jelenne meg, az acélmű hosszú távú stratégiai fejlesztési programja viszont, ha funkciója mindössze annyi, hogy megteremti néhány top-menedzser kiugróan magas díjazásának jogalapját, a második szektorban. Mondanivalóm egyszerűbb kifejtése érdekében azonban a továbbiakban úgy tekintem, mintha minden egyes vállalat egyértelműen hozzárendelhető lenne a két szektor valamelyikéhez.

Az egyes szektorok bevételeire így az alábbi összefüggések érvényesek:

$$Y_1 = C + I + G_1 \qquad \text{és} \qquad Y_2 = G_2, \tag{5.1}$$

ahol Y_i az egyes szektorok kibocsátását, C az összes fogyasztást, I a bruttó beruházások nagyságát, G_i pedig az egyes vállalati szektoroktól történő kormányzati vásárlások nagyságát jelöli.

Mivel az első szektor vállalatai tevékenységük során termelési tényezőket használnak fel, ezek után bér-, illetve tőkejövedelmet fizetnek. Az első szektor vállalatai által fizetett jövedelmek kimerítik az itt képződő teljes árbevételt, azaz:

$$Y_1 = rK + wL, \tag{5.2}$$

ahol r a kamatláb, w pedig a bérráta.

A második szektor tevékenységéhez szükséges termelési tényezők mennyiségét az egyszerűség érdekében elhanyagolhatóan kicsinek tekintem, így az ide tartozó vállalatok nem fizetnek tényezőjövedelmeket. Az elsődleges jövedelemelosztás során e vállalatok teljes bevétele a tulajdonos háztartásokhoz kerül. A gyakorlatban természetesen nincs szó arról, hogy a második szektor vállalatai esetében az árbevétel az adózás előtti eredménnyel egyezne meg. Itt is sor kerül különféle költségek elszámolására, e költségek túlnyomó része azonban általában nem a vállalat működéséből adódik, hanem a tulajdonosok személyes fogyasztásából.

Mivel a háztartások között jelentős különbségek mutatkoznak, célszerű itt is két szektort definiálni. Bérből- és fizetésből élő háztartásoknak nevezem azokat, melyek kizárólag bérjövedelemhez jutnak, illetve ahol a nem bérjellegű jövedelmek mennyisége elhanyagolható. A kormányzat által fizetett jóléti transzferektől az egyszerűség érdekében eltekintek, és felteszem, hogy a háztartások ezen szektora sajátítja el a gazdaságban képződő összes bérjövedelmet. Simonovits (2001) szerint „... a társadalom jelentős része minden jövedelmét minden pillanatban elfogyasztja." Ennek megfelelően fölteszem, hogy a bérből és fizetésből élő háztartások megtakarításai nem képeznek jelentős nagyságot, ezért azokat figyelmen kívül hagyom. Hasonló feltevéssel élnek pl. Káldor és Mirrlees (1962) modelljükben. E háztartások fogyasztását C_1-gyel jelölve:

$$C_1 = (1 - \tau)wL, \tag{5.3}$$

ahol τ a valamennyi háztartásra egységesen alkalmazott lineáris adókulcs, és $0 < \tau < 1$. Felteszem, hogy az adókat kizárólag a háztartások fizetik, a vállalatok nem adóznak. A háztartások másik szektorát elit háztartásoknak nevezem. Itt jelenik meg a tőkejövedelmeken kívül a 2. vállalati szektor teljes bevétele is.

E háztartások bérjövedelmét nem veszem figyelembe, fölteszem azonban, hogy fogyasztásukon kívül megtakarításuk is számottevő. Petschnig (1993) szerint a tulajdonhoz és annak működtetéséhez kapcsolt korrupciós összegek elérik a tőkeképzéshez szükséges mértéket, és hasonló feltevést alkalmaz Del Monte és Papagini (2001) modellje is. E megjegyzésből kiindulva az elit háztartások jövedelemfölhasználásáról a következőket teszem fel:

$$(1 - \tau)(rK + Y_2) = C_2 + S, \tag{5.4}$$

ahol C_2 az elit háztartások fogyasztása, és $C = C_1 + C_2$. Lényeges egyszerűsítő feltevés, hogy az elit háztartásokra vonatkozó adókulcs megegyezik a bérből és fizetésből élő háztartásokra vonatkozó adókulccsal. Amennyiben az elit háztartások magasabb jövedelemhez jutnak, a progresszív jövedelemadó alkalmazása magasabb adókulcs figyelembe vételét tenné szükségessé. Másrészt az elit háztartások nagyobb valószínűséggel képesek kibújni az adófizetési kötelezettség alól. Goolsbee (2000) szerint magas jövedelmű háztartások esetében a legnehezebb a marginális adókulcsnak a folyó jövedelemre gyakorolt hatását meghatározni. Az adózással összefüggésben esetlegesen előforduló korrupció vizsgálatára is alkalmazható Schleifer és Vishny (1993) modellje. A két ellentétes hatás eredőjeként tűnik számomra elfogadhatónak az egységes lineáris adókulcs feltételezése, ami egyébként a további tárgyalást is nagymértékben megkönnyíti.

Ezek után érdemes feltenni a kérdést, hogy a második szektorhoz tartozó vállalatok miként juthatnak árbevételhez, ha működésük során semmiféle erőforrást nem használnak fel. A válasz a tőke fogalmának kiterjesztését teszi szükségessé. Mátyás (1998) szerint az immateriális tőkeelmélet magyarországi képviselője, Heller Farkas a tőkét nem azonosította a termelési eszközökkel. Nála a tőke „ ... olyan társadalmi tényező, az emberek között keletkező társadalmi viszonylat, melyet a hatalmi tényező gazdasági vállfajának mondhatnánk." Ezek szerint a második szektor vállalatai számottevő fizikai tőkejószággal ugyan nem rendelkeznek, azonban ők a korrupciós csatornához történő hozzáféréshez szükséges kapcsolati tőke kizárólagos birtokosai. Mivel feltevésem szerint a bérből és fizetésből élő háztartások nem takarítanak meg, a kapcsolati tőke végső tulajdonosai teljes mértékben az elit háztartások, így a megtakarítások kapcsolati tőkébe történő beruházásának problémájától eltekinthetek.

Felteszem, hogy a gazdaság zárt, továbbá a megtakarítások teljes egészében beruházásra kerülnek így a tőkeállományt növelik, azaz $S = \dot{K}$. Az amortizációt az egyszerűség érdekében figyelmen kívül hagyom. A kormányzat a beszedett adókat a két szektor termékeinek megvásárlására fordítja. Mátyás (1991) felhívja a figyelmet arra, hogy a piaci egyensúlynak a költségvetési egyensúly is feltétele, minthogy pedig vizsgálódásom középpontjában a neoklasszikus elveknek megfelelően az egyensúlyi növekedési pálya áll, a továbbiakban kiegyensúlyozott költségvetést feltételezek. Ezek szerint:

$$\tau(rK + wL + Y_2) = T = G_1 + G_2 \quad \text{és} \quad G_2 = \mu T, \tag{5.5}$$

ahol T a kormányzati adóbevételek mértékét jelöli. μ egyfajta korrupciós paraméterként értelmezhető, amennyiben megmutatja, hogy a kormányzati kiadások mekkora hányada „csurog" vissza – gyakorlatilag ellenszolgáltatás nélkül – az elit háztartásokhoz. Ezek szerint a korrupció erősödését μ értékének növekedése jeleníti meg. $\mu = 0$ esetén nincs korrupció, másrészt $0 \leq \mu \leq 1$.

Az (5.2) és (5.5) összefüggések szerint: $Y_2 = G_2 = \mu T = \mu\tau(wL + rK + Y_2)$, amiből:

$$Y_2 = \frac{\mu\tau}{1-\mu\tau}(rK + wL) = \frac{\mu\tau}{1-\mu\tau}Y_1, \tag{5.6}$$

adódik.

Elfogadva Samuelson (1954) álláspontját, felteszem, hogy egyetlen termelő sem akarja és nem is tudja akadályozni a többit a közjavak felhasználásában, nem fordulhat tehát elő a Barro és Sala-i-Martin (1992b) tanulmányában említett túlzsúfoltság. Az első szektor vállalatai a termelés során beruházási javakat, munkát és közjavakat használnak fel. A 4.5. alfejezetben a közjavak bevezetése során az aggregát termelési függvényt a (4.30) formulával definiáltuk, melyben a kormányzati kiadásokat termelési tényezőként szerepeltettük. Jelen esetben azonban csak a kormányzati kiadások $1-\mu$-ed része tekinthető olyan erőforrásnak, mely az 1. szektorban folyó termelés során felhasználható. Másrészt a (4.30) specifikáció az (1.13) Inada-feltételek megsértését tartalmazta, amennyiben a tőkére és a közjavakra együttesen nem érvényesült a csökkenő hozadék elve, és ez a 2.3. alfejezetben mondottak szerint endogén növekedést eredményezett a modellben. Mivel amennyire csak lehetséges, igyekszem az elemzést a neoklasszikus keretek között tartani, ezúttal lineárisan homogén termelési függvényt alkalmazok. Ennek érdekében felteszem, hogy a közjavak parciális termelési rugalmassága az 1. szektorban $1-\alpha-\beta$. A konstans skálahozadék feltevésének következménye exogén növekedés lesz, miként Rasmey modelljében is. Mindezek alapján az első szektor termelési függvénye a következő:

$$Y_1 = AK^{\alpha}\bar{L}^{\beta}G_1^{1-\alpha-\beta} = AK^{\alpha}\bar{L}^{\beta}\left(\frac{\tau-\mu\tau}{1-\mu\tau}Y_1\right)^{1-\alpha-\beta}, \quad 0<\alpha,\beta<1. \tag{5.7}$$

Az átalakítás során felhasználtam, hogy az (5.5) összefüggésből $G_1 = (1-\mu)\tau(wL + rK + Y_2)$ adódik, továbbá az (5.2) és (5.6) egyenleteket. Reális egyszerűsítő feltevés, hogy L növekedési rátája zérus, továbbá az egyszerűség érdekében a gazdaság rendelkezésére álló munka mennyiségét egységnyinek fogjuk tekinteni, tehát $L=1$. Mindezek alapján: $\bar{L}=e^{mt}$. Kifejezve Y_1-et az (5.7) egyenletből:

$$Y_1 = A^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\tau-\mu\tau}{1-\mu\tau}\right)^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}} K^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\bar{L}^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} = BK^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\bar{L}^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}},$$

ahol csupán az egyszerűbb írásmód kedvéért vezettem be a B jelölést. Könnyen ellenőrizhető, hogy $B>0$, továbbá

$$\frac{\partial B}{\partial\mu} = -\frac{(1-\alpha-\beta)(1-\tau)B}{(\alpha+\beta)(1-\mu)(1-\mu\tau)} < 0 \quad \text{és} \quad \frac{\partial B}{\partial\tau} = \frac{(1-\alpha-\beta)B}{(\alpha+\beta)\tau\,(1-\mu\tau)} > 0. \tag{5.8}$$

Felhasználva, hogy az 1. szektorra vonatkozó termelési függvény K-ban és

$\bar{L}$-ban lineárisan homogén, az intenzív termelési függvény:

$$\bar{y} = f(\bar{k}) = B\left(\bar{k}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}. \tag{5.9}$$

ahol $\bar{y}$ az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás nagyságát jelöli az első szektorban, $\bar{k}$ pedig ugyanott az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyiségét, a hatékony tőkeintenzitást.

Az (5.8) parciális deriváltak ezek szerint úgy értelmezhetők, hogy a korrupciós paraméter értékének növekedése csökkenti, a lineáris adókulcs emelése pedig növeli az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás nagyságát az első szektorban. A profitmaximum elérésének (1.10) elsődleges feltételéből következik, hogy

$$r = f'(\bar{k}) = \frac{\alpha B}{\alpha+\beta}\left(\bar{k}\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}}, \tag{5.10}$$

mivel $\bar{k}$ értéke valamennyi 1. szektorbeli vállalatra azonos. A bérráta az (1.11) egyenlet felhasználásával adódik:

$$w = [f(\bar{k}) - \bar{k}f'(\bar{k})]e^{mt} = \frac{\beta B}{\alpha+\beta}\left(\bar{k}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} e^{mt}. \tag{5.11}$$

A bérráta növekedési rátája pedig

$$\hat{w} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\hat{\bar{k}} + m. \tag{5.12}$$

Mivel föltevéseink szerint $L = 1$, az (5.3) egyenletből következően $\hat{C}_1 = \hat{w}$. Az (5.12) egyenlet szerint a hatékony tőkeintenzitás növekedése esetén a bérből és fizetésből élő háztartások fogyasztásának növekedési rátája meghaladja az exogén technikai haladás rátáját, $\bar{k}$ csökkenése esetén viszont elmarad attól.

Könnyű észrevenni, hogy az egyensúlyi helyzetben, ahol $\bar{k}$ értéke konstans, a bérráta növekedési üteme az exogén technikai haladás rátájával egyezik meg. Egyensúlytalanság esetén pedig az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyiségének megváltozása módosítja a bérráta növekedési ütemét.

5.2 Exogén konstans megtakarítási hányad

Ebben az alfejezetben Solow modelljébe vezetem be a korrupciót az előző alfejezetben tárgyalt $n = 0$ és $\delta = 0$ egyszerűsítő feltevések mellett. Ezek szerint az s megtakarítási hányad a 2. fejezetben tett föltevésünkhöz hasonlóan exogén konstansként határozódik meg, ám s kizárólag az elit háztartásokra vonatkozik. A bérből és fizetésből élők esetében a megtakarítási hányad zérus. Ekkor az elit háztartások fogyasztása és jövedelme között a következő összefüggés áll fenn: $C_2 = (1-s)(1-\tau)(rK + Y_2)$. Figyelembe véve, hogy az elit háztartások teljes megtakarítása automatikusan beruházássá válik, továbbá az amortizációs rátától eltekintünk, az (5.4) egyenlet miatt a következőket írhatjuk: $\dot{K} = s(1-\tau)(rK + Y_2)$. Mindkét oldalt elosztva $\bar{L}$-sal, majd az (5.6) egyenletek közül a bal oldalit alkalmazva kapjuk, hogy:

$$\frac{\dot{K}}{\bar{L}} = s\left(\frac{1-\tau}{1-\mu\tau} r\bar{k} + \frac{(1-\tau)\mu\tau}{1-\mu\tau} we^{-mt}\right).$$

Mivel feltevéseink szerint $n = 0$, a (2.1) egyenlet $\dot{\bar{k}} = \frac{\dot{K}}{\bar{L}} - m\bar{k}$ alakúra egyszerűsödik. Az (5.10) és (5.11) összefüggések felhasználásával az egységnyi hatékony munkára eső tőke alábbi mozgásegyenletéhez jutunk:

$$\dot{\bar{k}} = s\frac{(1-\tau)(\alpha+\beta\mu\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)} B\left(\bar{k}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} - m\bar{k}.$$

Az egyenlet a Solow-modell alapegyenletével analóg, sőt eltekintve a kormányzat gazdasági szerepvállalásától és a korrupciótól, azaz a $\mu = \tau = 0$ helyettesítést alkalmazva $\bar{k}$ most levezetett mozgásegyenlete a (2.2) egyenlettel ekvivalens, amennyiben az aggregát termelési függvényre $Y = \alpha K^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \bar{L}^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$ teljesül. Mivel egyensúlyban $\dot{\bar{k}} = 0$, a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értéke a következő:

$$\bar{k}^* = \left[\frac{s(1-\tau)(\alpha+\beta\mu\tau)}{m(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)} B\right]^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}}. \tag{5.13}$$

Az egyensúlyi növekedési pálya egzisztenciájáról, unicitásáról és stabilitásáról mindaz elmondható, ami a 2.2. alfejezetben bemutatott neoklasszikus alapmodellt jellemzi. Ennek elsődleges oka az (5.7) termelési függvény jól viselkedő voltában keresendő. Mivel az egyensúlyi növekedési pályán $\bar{k}$ értéke változatlan, az (5.10) egyenlet szerint a kamatláb konstans. A tőkeintenzitás egyensúlyi növekedési rátája az exogén technikai haladás rátájával egyezik meg. $L = 1$ miatt ugyanekkora K növekedési rátája is. Az (5.9) egyenlet szerint az egyensúlyi növekedési pályán $\bar{y}$ konstans, így $\hat{Y}_1 = m$. Az (5.6) egyenletből adódóan $\hat{Y}_2 = m$, mivel pedig $C_2 = (1 - s)(1 - \tau)(rK + Y_2)$, az elit háztartások fogyasztásának egyensúlyi növekedési rátája is a technikai haladás exogén rátájával egyezik meg. Mindezek alapján azt mondhatjuk, hogy az egyensúlyi növekedési pályán továbbra is érvényesek a 2.1. táblázat adatai $n = 0$ paraméterérték mellett.

A kérdés most az, hogy miként hat a korrupció erősödése $\bar{k}$ egyensúlyi értékére. A parciális derivált fölöttébb nehezen kezelhető eredményre vezet:

$$\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \mu} = \frac{\alpha+\beta}{\beta}\left[\frac{s(1-\tau)(\alpha+\beta\mu\tau)}{m(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}B\right]^{\frac{\alpha}{\beta}} \frac{s(1-\tau)B}{m(1-\mu\tau)^2} \cdot \tag{5.14}$$
$$\left((\alpha+\beta)\tau - \frac{(1-\alpha-\beta)(1-\tau)(\alpha+\beta\mu\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu)}\right).$$

Mivel a jobb oldalon álló kifejezés valamennyi tényezője pozitív az utolsó kivételével, ennek előjelétől függ a korrupció erősödésének a hatása. Ezt az előjelet viszont az α, β, μ és τ paraméterek aktuális értéke határozza meg igen bonyolult módon. Megmutatom, hogy a reálisan szóba jöhető paraméterértékek mellett a korrupció erősödése egyaránt növelheti és csökkentheti is a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékét.

Tegyük fel, hogy a kormányzat a 4.5. alfejezetben bemutatott módon igyekszik a lineáris adókulcs mértékét optimalizálni. Két szélsőséges esetet fogok megvizsgálni. Az elsőben felteszem, hogy az optimalizálás során a kormányzat figyelmen kívül hagyja a korrupciót, azaz $\mu = 0$ értékkel számol. A második esetben a korrupciós együttható értékének pontos ismeretében kerül meghatározásra τ optimális nagysága.

Amennyiben a tervezés során a kormányzat a korrupció jelenségétől eltekint, nem tesz különbséget a két vállalati szektor között, és az $Y = Y_1 + Y_2$ összkibocsátás alakulását tekinti irányadónak. Felhasználva az (5.6) összefüggést, ekkor $Y = \frac{1}{1-\mu\tau}Y_1$ adódik, tehát a kormányzat a gazdaság teljesítményét ennyivel érzékeli a ténylegesnél, vagyis az 1. szektor kibocsátásánál nagyobbnak. Ezek szerint minél nagyobb μ, vagy τ értéke, annál nagyobb a különbség Y és Y_1 között. Amennyiben viszont $\mu = 0$, a lineáris adókulcs bármely értéke esetén $Y = Y_1$ teljesül.

Behelyettesítve az 1. szektorra vonatkozó termelési függvény (5.7)-ben adott formáját: $Y = \frac{1}{1-\mu\tau}AK^{\alpha}\bar{L}^{\beta}G_1^{1-\alpha-\beta}$. Mivel azonban a kormányzat nem veszi figyelembe a korrupciót, nem tesz különbséget a kormányzati kiadások két típusa között, így G_1 helyett G-vel számol. Az (5.5) összefüggésekből adódóan: $G_1 = (1-\mu)G$, így a tervezés során a következő aggregát termelési függvény adódik: $Y = \frac{(1-\mu)^{1-\alpha-\beta}}{1-\mu\tau}AK^{\alpha}\bar{L}^{\beta}G^{1-\alpha-\beta}$. Amiből: $\frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{(1-\alpha-\beta)(1-\mu)^{1-\alpha-\beta}}{1-\mu\tau}AK^{\alpha}\bar{L}^{\beta}G^{-\alpha-\beta}$, és figyelembe véve a kormányzati tervezés során alkalmazott aggregát termelési függvény képletét: $\frac{\partial Y}{\partial G} = (1-\alpha-\beta)\frac{Y}{G}$. A 4.5. alfejezetben láttuk, hogy a kormányzati kiadások optimális mértéke esetén egységnyi kormányzati kiadás társadalmi költsége megegyezik annak hozamával, azaz $\frac{\partial Y}{\partial G} = 1$ teljesül, amiből: $G = \tau Y$ miatt az adókulcs optimális nagyságára

$$\tau = 1 - \alpha - \beta \tag{5.15}$$

adódik. Eredményünk közgazdasági tartalma egyébként megegyezik a (4.37) egyenletével, mely szerint az optimális adókulcs mértéke a közjavak parciális termelési rugalmasságával egyenlő.

Helyettesítsük most be a τ optimális nagyságára kapott eredményt az (5.14) parciális derivált képletébe, a zárójelben szereplő utolsó tényező (melynek előjele a parciális derivált előjelével megegyező) ekkor a következő alakban írható fel: $(1-\alpha-\beta)\left(\alpha+\beta-\frac{\alpha+\beta(1-\alpha-\beta)\mu}{1-\mu}\right)$. A $\frac{\partial\bar{k}^*}{\partial\mu}$ parciális derivált előjele így a $\beta - [(\alpha+\beta)+\beta(1-\alpha-\beta)]\mu$ kifejezés előjelével egyezik meg. Ezek szerint a korrupció erősödése akkor és csakis akkor csökkenti a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékét, ha $\frac{\beta}{(\alpha+\beta)+\beta(1-\alpha-\beta)} < \mu$ teljesül. Empirikus kutatásaik során Habib és Zurawicki (2001) szignifikáns negatív korrelációt találtak a korrupció erőssége és a beruházások volumene között. Ez az eredmény pedig arra enged következtetni, hogy amennyiben a kormányzat az adókulcs mértékének meghatározása során az (5.15) összefüggést használja, az iménti egyenlőtlenségnek feltétlenül teljesülnie kell, tehát $\mu > 0$.

Áttérünk annak az esetnek a vizsgálatára, amikor az adókulcs optimális mértékének meghatározása során a kormányzat figyelembe veszi a korrupció jelenségét, és a tervezés során μ pontos értékével számol. Ebben az esetben az (5.7) termelési függvényből következik, hogy $\frac{\partial Y}{\partial G_1} = (1-\alpha-\beta)AK^{\alpha}\bar{L}^{\beta}G_1^{-\alpha-\beta} = (1-\alpha-\beta)\frac{Y_1}{G_1} = 1$, amiből $G_1 = (1-\alpha-\beta)Y_1$. Mivel $G_1 = (1-\mu)\tau Y$, és $Y = \frac{1}{1-\mu\tau}Y_1$, az iménti optimumkritérium a következő formában írható fel: $\frac{(1-\mu)\tau}{1-\mu\tau}Y_1 = (1-\alpha-\beta)Y_1$, és így az adókulcs optimális nagysága:

$$\tau = \frac{1-(\alpha+\beta)}{1-(\alpha+\beta)\mu}. \tag{5.16}$$

Egybevetve eredményünket a korrupció figyelmen kívül hagyásával kapott (5.15) összefüggéssel, két megjegyzést szükséges tenni. Egyrészt $\mu = 0$ esetén a most levezetett egyenlet éppen a korrupciótól eltekintve tervező kormányzat feltevésével kapott eredményre egyszerűsödik. Másrészt amennyiben a kormányzat figyelembe veszi a korrupció jelenségét, ez az optimális adókulcs magasabb értékét eredményezi, és a korrupció erősödésével τ optimális mértéke is növekszik.

Helyettesítsük be az (5.14) parciális derivált képletébe az optimális adókulcsra imént levezetett formulát is, ekkor $1-\tau = \frac{(\alpha+\beta)(1-\mu)}{1-(\alpha+\beta)\mu}$ miatt $\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \mu}$ előjele a következő kifejezés előjelével egyezik meg:

$$\frac{(\alpha+\beta)(1-\alpha-\beta)}{1-(\alpha+\beta)\mu} - \frac{(1-\alpha-\beta)(\alpha+\beta)(1-\mu)\left(\alpha+\beta\mu\frac{1-(\alpha+\beta)}{1-(\alpha+\beta)\mu}\right)}{(\alpha+\beta)(1-\mu)[1-(\alpha+\beta)\mu]} =$$

$$= \frac{(1-\alpha-\beta)\beta}{1-(\alpha+\beta)\mu}\left(1-\frac{\mu-(\alpha+\beta)\mu}{1-(\alpha+\beta)\mu}\right)$$

ami $\mu < 1$ miatt mindig pozitív. Ebben az esetben tehát a korrupció erősödése feltétlenül növeli a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékét. Ez a következtetés azonban ellentétes Habib és Zurawicki (2001) imént említett empirikus eredményeivel. Ezek szerint a kormányzat vagy nem igyekszik τ értékét optimalizálni, vagy ha igen, azt μ nagyságának pontos ismerete nélkül teszi.

A valóságban azonban éppúgy igen csekély annak a valószínűsége, hogy a kormányzat nem vesz tudomást a korrupció jelenségéről, mint annak valószínűsége, hogy μ értékének pontos ismeretében, a fenti módon határozza meg az adókulcs optimális mértékét. A fent megvizsgált két szélsőséges eset mindössze annak illusztrálására szolgált, hogy a korrupció erősödése a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi szintjét egyaránt növelheti és csökkentheti is, például attól függően, hogy az optimális adókulcs meghatározása során figyelembe veszi-e a kormányzat a korrupciót. Az iménti fejtegetések további fontos eredménye, hogy $\mu > \frac{\beta}{(\alpha+\beta)+\beta(1-\alpha-\beta)}$ esetén alacsonyabb τ értékekre a korrupció erősödésével $\bar{k}^*$ csökken, magasabb adókulcs esetén azonban fordított a helyzet.

Az (5.14) parciális derivált meglehetősen nehezen kezelhető. A kormányzat adókulcsot optimalizáló magtartásának feltevése azért volt szükséges, hogy néhány érdemi megállapítást lehessen tenni e bonyolult kifejezés előjeléről. Még nehezebben kezelhető a $\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \tau}$ parciális derivált, ezért ennek vizsgálatát mellőzöm. Egyszerűbb eredményeket fogunk kapni a következő alfejezetben, endogén megtakarítási hányad feltevése mellett.

További érdekes kérdés $\bar{c}_2$ egyensúlyi értékének meghatározása, ami a (3.1) összefüggés szerint most az elit háztartások fogyasztásának színvonalát adja meg. A $C_2 = (1-s)(1-\tau)(rK + Y_2)$ egyenlet mindkét oldalát $\bar{L}$-sal elosztva, majd az (5.6) egyenletek közül a bal oldalit alkalmazva, kapjuk, hogy:

$$\bar{c}_2 = \frac{C_2}{\bar{L}} = (1-s)\left(\frac{1-\tau}{1-\mu\tau} r\bar{k} + \frac{(1-\tau)\mu\tau}{1-\mu\tau} we^{-mt}\right).$$

Az (5.10) és (5.11) egyenletek felhasználásával a tényezőjövedelmek a fenti egyenletekből kiküszöbölhetők, és így:

$$\bar{c}_2 = (1-s)\frac{(1-\tau)(\alpha+\beta\mu\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)} B\left(\bar{k}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}.$$

Ezek szerint az elit háztartások fogyasztásának egységnyi hatékony munkára eső nagysága együtt növekszik $\bar{k}$ értékével, amennyiben pedig $\bar{k}$ konstans, $\bar{c}_2$ nagysága is változatlan. $\bar{c}_2$ egyensúlyi szintjének meghatározásához helyettesítsük be az (5.13) egyenletet, ekkor a következő összefüggéshez jutunk:

$$\bar{c}_2^* = (1-s)\frac{(1-\tau)(\alpha+\beta\mu\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}B\left[(\frac{s(1-\tau)(\alpha+\beta\mu\tau)}{m(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}B\right]^{\frac{\alpha}{\beta}} = (1-s)\frac{m}{s}\bar{k}^*.$$

Mivel pedig az egyensúlyi növekedési pályán $C_2 = C_2(0)e^{mt}$, a (3.1) összefüggést alkalmazva $\bar{c}_2^* = C_2(0)$ adódik. Ezek szerint az elit háztartások fogyasztásának színvonala a korrupció erősödésének vagy az adókulcs emelésének a hatására mindig $\bar{k}^*$ nagyságával azonos irányban változik.

5.3 Endogén megtakarítási hányad

A következőkben Ramsey 4.1-4.3. alfejezetekben ismertetett modelljébe vezetem be a kincstári korrupció jelenségét. Felteszem, hogy az elit háztartások megtakarítási döntéseire érvényesek a 4.1. alfejezet következtetései.

5.3.1 Az optimális fogyasztási pálya

Mivel a teljes tőkeállomány az elit háztartások tulajdonában van, az amortizációt figyelmen kívül hagytam, továbbá az előző szakaszban említett neoklasszikus elveknek megfelelően $\dot{K} = S$, az (5.4) egyenletből következik, hogy

$$\dot{K} = (1-\tau)(rK + Y_2) - C_2 = \frac{1-\tau}{1-\mu\tau}rK + \frac{(1-\tau)\mu\tau}{1-\mu\tau}wL - C_2. \quad (5.17)$$

Az átalakítás során az $L = 1$ feltevést és az (5.6) egyenletet használtam fel. Az előző fejezetben a reprezentatív háztartásról mondottakból következik, hogy kiegyensúlyozott növekedés csakis abban az esetben lehetséges, ha az elit háztartások mindenkori hasznossága az alábbi CIES hasznossági függvény szerint függ folyó fogyasztásuktól:

$$u = u(C_2) = \frac{C_2^{1-\theta} - 1}{1-\theta}. \tag{5.18}$$

ahol az előző fejezet föltevéseinek megfelelően: $1 > \theta > 0$ és $\theta \neq 1$.

Mivel az elit háztartások végtelen időhorizonton szeretnék jólétüket maximalizálni, döntési problémájuk a következő:

$$\max W = \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{C_2^{1-\theta} - 1}{1-\theta} dt, \tag{5.19}$$

figyelembe véve az (5.17) egyenletet.

$\rho > 0$ továbbra is az időpreferencia rátája. A döntési problémához tartozó mozgásegyenlet jelentős mértékben eltér a (4.2) mozgásegyenlettől. Ennek elsődleges oka, hogy a háztartások két szektorra történő felosztása miatt megváltozik az irányítási változó közgazdasági tartalma. Az állapotváltozók azonossága viszont az $L = 1$ föltevésből következik. A problémához az alábbi Hamilton-függvény tartozik:

$$H = e^{-\rho t} \frac{C_2^{1-\theta} - 1}{1-\theta} + \lambda \left[\frac{1-\tau}{1-\mu\tau} rK + \frac{(1-\tau)\,\mu\tau}{1-\mu\tau} wL - C_2 \right]. \tag{5.20}$$

Az (1.18) formula szerinti kanonikus egyenletek:

$$\frac{\partial H}{\partial C_2} = e^{-\rho t} C_2^{-\theta} - \lambda = 0, \tag{5.21}$$

$$-\frac{\partial H}{\partial K} = \dot{\lambda} = -\tfrac{1-\tau}{1-\mu\tau} r\lambda. \tag{5.22}$$

Mivel az (5.20) függvény K-ban és C_2-ben konkáv, a kanonikus egyenletek a $\lim\limits_{t\to\infty} \lambda K = 0$ transzverzalitási feltétellel együtt az elit háztartások optimális fogyasztási pályájának nem csak szükséges, hanem elegendő feltételei is, az 1.3. alfejezetben foglaltaknak megfelelően. Az (5.21) egyenletből következik, hogy a 4.1. alfejezetben mondottakkal szemben λ most az elit háztartások fogyasztásból származó mindenkori határhasznának jelenre diszkontált értéke .

Az (5.21) egyenletet az idő szerint differenciálva kapjuk, hogy

$$\dot{\lambda} = -e^{-\rho t}C_2^{-\theta}(\rho + \theta\hat{C}_2) = -\lambda(\rho + \theta\hat{C}_2).$$

Az átalakítás során az (5.21) egyenletet használtam fel. $\hat{C}_2 = \frac{\dot{C}_2}{C_2}$ az elit háztartások fogyasztásának növekedési rátája. Iménti összefüggésünk és az (5.22) egyenlet felhasználásával

$$\hat{C}_2 = \frac{1}{\theta}\left(\frac{1-\tau}{1-\mu\tau}r - \rho\right)$$

adódik. Figyelembe véve továbbá az (5.10) egyenletet, az elit háztartások fogyasztásának növekedési rátája az alábbiak szerint alakul:

$$\hat{C}_2 = \frac{1}{\theta}\left[\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}\left(\bar{k}\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} - \rho\right]. \tag{5.23}$$

A hatékony tőkeintenzitás mozgásegyenletének levezetéséhez induljunk ki $\bar{k}$ definíciójából, mely szerint: $\bar{k} = \frac{K}{L} = Ke^{-mt}$. Elvégezve az idő szerinti differenciálást, $\dot{\bar{k}}e^{mt} = \dot{K} - mK$ adódik. Behelyettesítve az (5.17) egyenletet, majd átrendezve:

$$\dot{\bar{k}} = \frac{1-\tau}{1-\mu\tau}r\bar{k} + \frac{(1-\tau)\mu\tau}{1-\mu\tau}we^{-mt} - m\bar{k} - \frac{C_2}{e^{mt}}.$$

Egyenletünk utolsó tagját az elit háztartások egységnyi hatékony munkára eső fogyasztásaként is értelmezhetjük. Az (5.10), (5.11) egyenletek felhasználásával r és w kiküszöbölhető, és $\bar{k}$ alábbi mozgásegyenletét kapjuk:

$$\dot{\bar{k}} = \frac{(1-\tau)(\alpha+\beta\mu\tau)}{(1-\mu\tau)(\alpha+\beta)}B\left(\bar{k}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} - m\bar{k} - \bar{c}_2. \tag{5.24}$$

Másrészt $\bar{c}_2$ definíciójából adódóan: $\hat{\bar{c}}_2 = \hat{C}_2 - m$, és így az (5.23) egyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$\hat{\bar{c}}_2 = \frac{1}{\theta}\left[\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}\left(\bar{k}\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} - \rho\right] - m, \tag{5.25}$$

ami $\bar{c}_2$ mozgásegyenlete. $\hat{\bar{c}}_2$ azt mutatja meg, hogy mennyivel nagyobb az elit háztartások fogyasztásának növekedési rátája a technikai haladás rátájánál.

Az előző szakaszban láttuk, hogy az egyensúlyi növekedési pálya stabilitását a transzverzalitási feltétel biztosítja. E feltétel: $\lim_{t\to\infty} \lambda K = 0$, amely az előző fejezethez hasonlóan azt fejezi ki, hogy az elit háztartások birtokában lévő befektetések jelenértékének végtelen időhorizonton nullához kell tartania. Megoldva az (5.22) differenciálegyenletet λ-ra, majd behelyettesítve, a transzverzalitási feltétel az alábbi formában adódik:

$$\lim_{t\to\infty} Ke^{-\int_0^t \frac{1-\tau}{1-\mu\tau} r(v)dv} = \lim_{t\to\infty} \bar{k}e^{-\int_0^t \frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}\left(\bar{k}(v)\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} - m dv} = 0. \qquad (5.26)$$

Az átalakítás során az (5.10) egyenletet, illetve a $\bar{k} = Ke^{-mt}$ összefüggést használtam fel. A kitevőben azért szükséges továbbra is integrálkifejezést szerepeltetni, mert ezúttal sem tettem fel sem a kamatláb, sem pedig az egységnyi hatékony munkára eső tőke változatlanságát. Megjegyzendő, hogy az (5.26) transzverzalitási feltétel kielégítésének szükséges feltétele:

$$h(\bar{k}) = \frac{\alpha(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)} B\left(\bar{k}\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} > m. \qquad (5.27)$$

ahol a $h(\bar{k})$ függvényt csupán az egyszerűbb írásmód érdekében vezettem be. Az (5.10) egyenlet felhasználásával könnyen ellenőrizhető, hogy $h(\bar{k}) = \frac{1-\tau}{1-\mu\tau} f'(\bar{k})$, továbbá $h'(\bar{k}) < 0$. Az (5.27) feltétel a (4.16) egyenlőtlenségnek felel meg. Az eltérés mindössze annyi, hogy ott $\mu = \tau = 0$, míg most $n = \delta = 0$.

5.3.2 Egyensúly

Ramsey előző fejezetben tárgyalt modelljéhez hasonlóan az elit háztartások optimális fogyasztási pályáját a hatékony tőkeintenzitás (5.24) és az elit háztartások egységnyi hatékony munkára eső fogyasztásának (5.25) mozgásegyenletei határozzák meg, kiegészítve az (5.26) transzverzalitási feltétellel. Másrészt az (5.24) és (5.25) mozgásegyenletek egy nem-lineáris rendszert definiálnak. Ennek egyensúlyi pontjában $\dot{\bar{c}}_2 = 0$ és $\dot{\bar{k}} = 0$ teljesül. Egyensúlyban $\hat{K} = \hat{C}_2 = m$, továbbá az (5.12) egyenlet szerint $\hat{w} = m$. Figyelembe véve, hogy $\dot{L} = 0$, az (5.3) összefüggés következménye, hogy a bérből és fizetésből élő háztartások egyensúlyi fogyasztása is m ráta szerint növekszik. Egyensúly esetén az elit háztartások fogyasztása is ugyanezen ráta szerint nő, $\bar{c}_2 = C_2(0)$ pedig e fogyasztás színvonalát határozza meg. Hasonló módon $\bar{k}$ egyensúlyi értéke a tőkeállomány színvonalát determinálja. Az (5.10) egyenletből következően egyensúlyban a kamatláb konstans, így az (5.2) összefüggés szerint $\hat{Y}_1 = m$ és az (5.6) egyenletből adódóan Y_2 is m ráta szerint növekszik.

Egyensúlyban az (5.24) és (5.25) mozgásegyenletek bal oldalán zérus szerepel, ami lehetővé teszi $\bar{k}$ és $\bar{c}_2$ egyensúlyi értékeinek a meghatározását. Az egységnyi hatékony munkára eső tőke egyensúlyi nagysága ezek szerint az alábbi egyenletből vezethető le:

$$0 = \frac{1}{\theta}\left[\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}\left(\bar{k}\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} - \rho\right] - m.$$

Jelölje a hatékony tőkeintenzitás fenti egyenletet kielégítő, egyensúlyi értékét: $\bar{k}^*$. Átrendezve az iménti egyenletet:

$$\bar{k}^* = \left(\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)(\theta m+\rho)}\right)^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}} \qquad (5.28)$$

adódik. Összehasonlítva a $\bar{k}^*$-ra most kapott kifejezést az előző alfejezetben levezetett (5.13) egyenlettel, látható, hogy az $\frac{s}{m}(\alpha+\beta\mu\tau)$ tényező szerepét az $\frac{\alpha}{\theta m+\rho}$ kifejezés veszi át, ami egyrészt azt eredményezi, hogy a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értéke most kevésbé bonyolult módon függ a modell μ és τ paramétereitől. Másrészt az $\frac{s}{m}(\alpha+\beta\mu\tau) = \frac{\alpha}{\theta m+\rho}$ egyenletből: $s^* = \frac{m}{\theta m+\rho}\frac{\alpha}{\alpha+\beta\mu\tau}$. A jobb oldalon álló első tényező a (4.22) egyenlet jobb oldalán álló törtkifejezésnek $n = \delta = 0$ feltevés mellett adódó speciális esete, a második tényező értéke pedig $\mu = 0$ esetén egységnyi.

A transzverzalitási feltétel egyensúly esetére történő felírásához rendezzük át az (5.25) egyenletet. $\hat{\bar{c}}_2 = 0$ miatt:

$$h(\bar{k}^*) = \frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}\left(\bar{k}^*\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} = \theta m + \rho. \qquad (5.29)$$

Behelyettesítve az (5.27) egyenlőtlenségbe, a transzverzalitási feltétel kielégítéséhez az alábbi egyenlőtlenség teljesülése szükséges:

$$\theta m + \rho > m. \tag{5.30}$$

Ez ekvivalens az előző fejezetben hasonló funkciót betöltő (4.20) feltétellel. $\bar{c}_2$ egyensúlyi értéke az (5.24) egyenletből a következőképpen adódik:

$$\bar{c}_2 = \frac{(1-\tau)(\alpha+\beta\mu\tau)}{(1-\mu\tau)(\alpha+\beta)} B \left(\bar{k}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} - m\bar{k}. \tag{5.31}$$

Elvégezve (5.28) alapján a $\bar{k} = \bar{k}^*$ helyettesítést:

$$\bar{c}_2^* = \left[\frac{\alpha\, B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)(\theta m+\rho)}\right]^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}} \left[\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\theta m+\rho)}{\alpha} - m\right]. \tag{5.32}$$

Most $\bar{c}_2^*$ pozitivitását a (5.30) egyenlőtlenség biztosítja, ugyanis a jobb oldalon álló kifejezés első tényezője biztosan pozitív. A második tényezőre pedig igaz, hogy

$$\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\theta m+\rho)}{\alpha} - m > \frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\theta m+\rho)}{\alpha} - (\theta m+\rho) = (\theta m+\rho)\frac{\beta\mu\tau}{\alpha} > 0.$$

A 4.3. alfejezetben láttuk, hogy Ramsey modelljében a háztartások optimalizáló magatartása nem teszi lehetővé a $\bar{c}_2^*$ maximális nagyságát biztosító hatékony tőkeintenzitás elérését, azaz mindig fennáll a $\bar{k}^* < \bar{k}_g$ egyenlőtlenség. Megmutatom, hogy korrupció jelenlétében más az elit háztartások helyzete.

Keressük meg most is a hatékony tőkeintenzitás azon értékét, melyre $\bar{c}_2^*$ maximális. Ehhez vegyük az (5.31) egyenletben a jobb oldali kifejezés $\bar{k}$ szerinti deriváltját. Jelölje $\bar{k}_g$ a keresett szélsőértéket. A maximum elsőrendű feltétele:

$$h(\bar{k}_g) = \frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)} \left(\bar{k}_g\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} = \frac{m(\alpha+\beta)}{(\alpha+\beta\mu\tau)}. \tag{5.33}$$

$\bar{k}_g$ jelöli tehát azt a hatékony tőkeintenzitást, melyre $\bar{c}_2$ maximális. Az előző fejezetben bevezetett terminológiát követve az egységnyi hatékony munkára eső tőke ezen mennyiségét nevezzük a felhalmozás aranyszabálya által meghatározott hatékony tőkeintenzitásnak, míg $\bar{k}^*$ a felhalmozás módosított aranyszabályához tartozó tőkeintenzitás. Ramsey modelljében $\bar{k}^* < \bar{k}_g$ teljesült, most azonban az (5.29), illetve (5.33) egyenletekből, továbbá a $h(\bar{k})$ függvény szigorú monotonitásából az következik, hogy $\bar{k}^* \geq \bar{k}_g$ is lehetséges. Az egyenlőség szükséges és elegendő feltétele $\theta m + \rho = \frac{m(\alpha+\beta)}{\alpha+\beta\mu\tau}$ teljesülése. Ekkor $\bar{k}_g = \bar{k}^*$, és az egyensúlyi növekedési pálya optimális az elit háztartások számára.

Tegyük fel, hogy az elit háztartások képesek μ értékének befolyásolására, a kormányzat pedig τ értékét határozza meg. Ha most az elit háztartások célja $\bar{c}_2^*$ a maximalizálása, úgy tűnik, ez $\bar{k}^* = \bar{k}_g$ biztosítása révén lehetséges, ezért az elit háztartások igyekeznek μ értékét úgy beállítani, hogy

$$\mu = \frac{1}{\beta\tau}\left[\frac{m(\alpha+\beta)}{\theta m + \rho} - \alpha\right] \tag{5.34}$$

teljesüljön. Ebből viszont az következne, hogy amennyiben a kormányzat τ értékét növeli, az elit háztartások igyekeznek μ értékét csökkenteni és megfordítva. Csakhogy μ értékének megváltozása esetén a $\dot{\bar{k}} = 0$ nyugalmi vonal is elmozdul, ezért $\bar{k}^* = \bar{k}_g$ nem feltétlenül biztosítja az elit háztartások egyensúlyi fogyasztásának maximális színvonalát. A problémára a következő szakaszban visszatérek.

5.3.3 Komparatív statika

Hogy milyen változást idéz elő a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi szintjében a korrupció erősödése, az $\partial\bar{k}^*/\partial\mu$ előjelétől függ. E parciális derivált a következő:

$$\frac{\partial\bar{k}^*}{\partial\mu} = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)(\theta m+\rho)}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}}\frac{1-\tau}{\theta m+\rho}\left[\frac{\frac{\partial B}{\partial\mu}(1-\mu\tau)+\tau B}{(1-\mu\tau)^2}\right].$$

A paraméterekre tett föltevésekből következik, hogy a jobb oldalon álló kifejezésben szereplő valamennyi tényző pozitív, kivéve a szögletes zárójelben álló tört számlálóját, így ez határozza meg a parciális derivált előjelét. Az (5.8) összefüggés felhasználásával a számláló a következő alakban írható fel:

$$B\left[\tau - \frac{(1-\alpha-\beta)(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu)}\right],$$

amiből: $B > 0$ miatt:

$$\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \mu} < 0 \Leftrightarrow \mu > \frac{1}{\alpha+\beta} - \frac{1-\alpha-\beta}{(\alpha+\beta)\tau} \tag{5.35}$$

adódik.

A korrupció erősödésének hatása a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi szintjére tehát egyaránt lehet negatív és pozitív is az α, β, μ, τ paraméterek értékétől függően. Amennyiben a kormányzat a korrupció jelenségét figyelmen kívül hagyva az adókulcs optimalizálása során az (5.15) szabályt alkalmazza, a korrupció erősödése biztosan csökkenti $\bar{k}^*$ egyensúlyi értékét. Ha viszont τ értéke a korrupció figyelembe vételével az (5.16) egyenlet szerint kerül meghatározásra, akkor fordított a helyzet: $\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \mu} > 0$.

Érdemes azt is megvizsgálni, miként hat a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi szintjére a lineáris adókulcs emelése. Ehhez képezzük a $\partial \bar{k}^*/\partial \tau$ parciális deriváltat:

$$\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \tau} = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)(\theta m+\rho)}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}} \frac{1}{(\theta m+\rho)(1-\mu\tau)}\left(\frac{\partial B}{\partial \tau}(1-\tau) - \frac{1-\mu}{1-\mu\tau}B\right).$$

A jobb oldalon álló kifejezés előjele az utolsó tényező előjelével egyezik meg, ami az (5.8) összefüggés felhasználásával a következő alakra hozható:

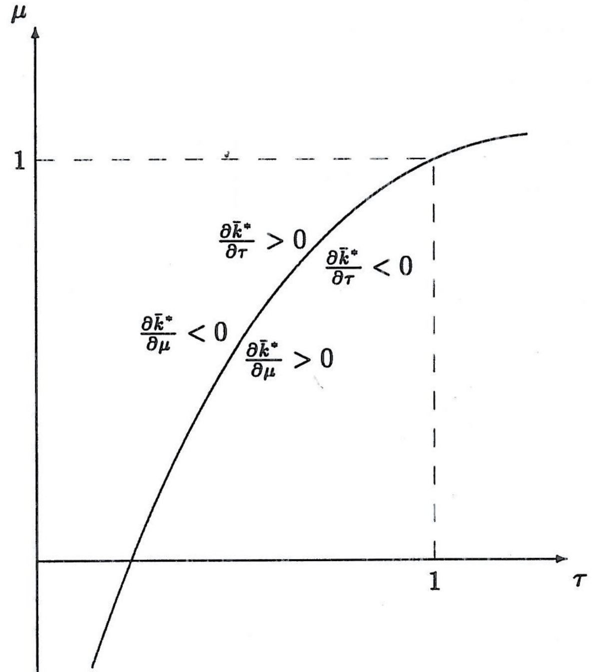
$$\frac{B}{1-\mu\tau}\left[\left(\frac{1}{\alpha+\beta}-1\right)\frac{1-\tau}{\tau} - (1-\mu)\right]$$

amiből most:

$$\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \tau} > 0 \Leftrightarrow \mu > \frac{1}{\alpha+\beta} - \frac{1-\alpha-\beta}{(\alpha+\beta)\tau}$$

következik.

Figyelembe véve (5.35) eredményünket, a $\partial \bar{k}^*/\partial \mu$ és $\partial \bar{k}^*/\partial \tau$ parciális deriváltak előjele egymással mindig ellentétes. A korrupció erősödésének, illetve a lineáris adókulcs emelésének $\bar{k}^*$-ra gyakorolt hatásával kapcsolatos eredményeinket az 5. 1. ábra foglalja össze. A görbe a $\tau = 1 - \alpha - \beta$ értéknél metszi a vízszintes tengelyt. A (τ, μ) koordinátarendszer releváns tartománya az origóba állított egységnyi oldalú négyzet. Habib és Zurawicki (2001) előző alfejezetben említett empirikus kutatásainak eredménye azt valószínűsíti, hogy τ és μ értéke egy a $\mu = \frac{1}{\alpha+\beta} - \frac{1-\alpha-\beta}{(\alpha+\beta)\tau}$ görbe fölött elhelyezkedő pontot határoz meg az 5. 1. ábrán. Amennyiben feltesszük, hogy a kormányzat τ értékét optimalizálni igyekszik, ez az eredmény megint csak azt valószínűsiti, hogy ezt μ pontos értékét nem ismerve teszi. Behelyettesítve ugyanis τ (5.15) által meghatározott értékét az iménti parciális deriváltba, $\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \tau} < 0$ adódik, míg az (5.16) egyenlet jobb oldalának behelyettesítése esetén: $\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \tau} = 0$.



5.1. ábra μ, ILLETVE τ NÖVEKEDÉSÉNEK A HATÁSA

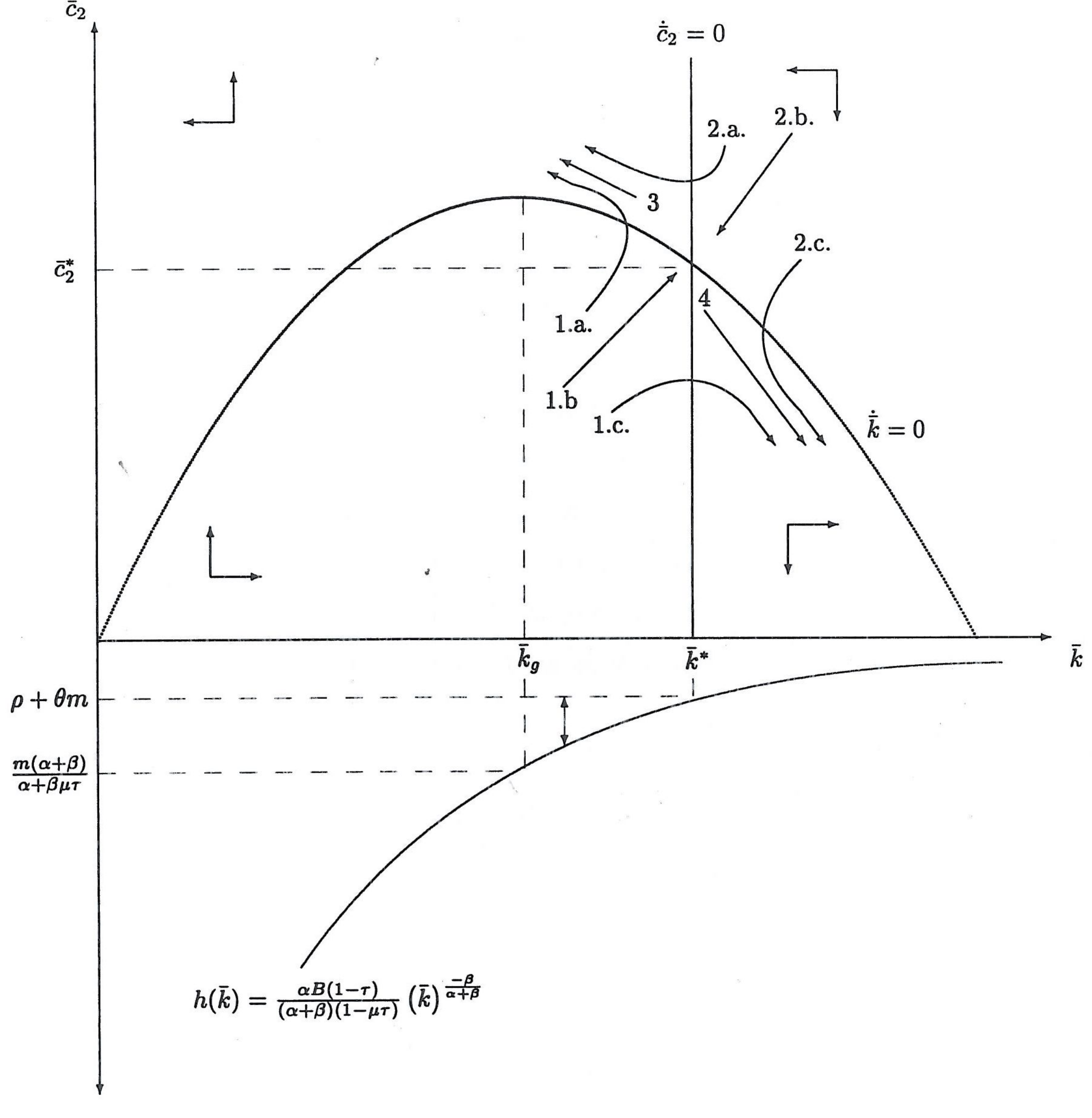
Az 5.2. ábra mutatja be, hogy a modell paraméterei miként befolyásolják $\bar{k}$ és $\bar{c}$ egyensúlyi értékét. Az ábra szerkezete a 4.1. ábráéval azonos. Alkalmazva a $h(\bar{k})$ jelölést, az (5.25) egyenletből a $\hat{\bar{c}}_2 = 0$ nyugalmi vonal egyenlete a következő: $0 = \frac{1}{\theta}[h(\bar{k}) - \rho] - m$. Az 1.4.3. szakaszban mondottak szerint ennek és az (5.24) mozgásegyenlethez tartozó nyugalmi vonalnak a metszéspontja határozza meg $\bar{k}$ és $\bar{c}$ egyensúlyi nagyságát. Az alsó síknegyedben $\bar{k}^*$ és $\bar{k}_g$ meghatározódása követhető nyomon a $h(\bar{k}) = \frac{1-\tau}{1-\mu\tau} f'(\bar{k})$ függvénygörbe segítségével. Az (5.25) egyenletből következik, hogy az alsó síknegyedben feltüntetett méretnyíl az előző fejezethez hasonlóan most is θm nagyságát adja meg. Nem állítom, hogy az ábrán bemutatott $\rho + \theta m < \frac{m(\alpha+\beta)}{\alpha+\beta\mu\tau}$ szituáció általában jellemző lenne. Csupán azért éltem ezzel a feltevéssel, hogy a kapott fázisdiagram némiképp eltérjen a 4. 1. ábrán bemutatottól. Az (5.34) feltétel teljesülése esetén a $\dot{\bar{c}}_2 = 0$ nyugalmi vonal éppen a $\dot{\bar{k}} = 0$ görbe csúcspontján menne keresztül, de az 5.3.2. szakaszban mondottak szerint ez a szituáció sem tekinthető általánosan jellemzőnek.

Az (5.25) mozgásegyenletben $\dot{\bar{c}}_2 = 0$ helyettesítést alkalmazva könnyen ellenőrizhető, hogy a $h(\bar{k})$ függvénygörbe a $\dot{\bar{c}}_2 = 0$ nyugalmi vonallal megegyező irányba mozdul el μ, illetve τ értékének megváltozása esetén, tehát a $\partial\bar{k}^*/\partial\mu$ és $\partial h/\partial\mu$ parciális deriváltak előjele azonos csakúgy, mint a $\partial\bar{k}^*/\partial\tau$ és $\partial h/\partial\tau$ parciális deriváltaké.

Annak vizsgálatához, hogy korrupció erősödése miként hat $\bar{c}_2$ egyensúlyi nagyságára, írjuk be az (5.31) egyenletbe a $h(\bar{k})$ függvényt. Kapjuk, hogy $\bar{c}_2^* = \left(\frac{\alpha+\beta\mu\tau}{\alpha} h(\bar{k}) - m\right)\bar{k}^*$. Ebből az (5.29) transzverzalitási feltételt figyelembe véve: $\bar{c}_2^* = \left(\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\theta m+\rho)}{\alpha} - m\right)\bar{k}^*$, amiből:

$$\frac{\partial\bar{c}_2^*}{\partial\mu} = \frac{\beta\tau(\theta m+\rho)}{\alpha}\bar{k}^* + \left(\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\theta m+\rho)}{\alpha} - m\right)\frac{\partial\bar{k}^*}{\partial\mu}.$$

Ezek szerint amennyiben a korrupció erősödése $\bar{k}$ egyensúlyi értékének növekedését eredményezi, ez $\bar{c}_2$ egyensúlyi értékének növekedését is maga után vonja, tehát az elit háztartások számára előnyös. Előnyös lehet azonban a korrupció erősödése az elit háztartások számára abban az esetben is, ha ez $\bar{k}^*$ csökkenését eredményezi. Ezzel kapcsolatban célszerű felidézni az (5.12) egyenletet, mely szerint $\bar{k}$ növekedése a bérből és fizetésből élők számára is előnyös, $\bar{k}$ csökkenése viszont hátrányos.



5.2. ábra A MODELL FÁZISDIAGRAMJA KORRUPCIÓ JELENLÉTÉBEN

Az adókulcs megváltozásának elit háztartásokra gyakorolt hatása hasonló módon vezethető le:

$$\frac{\partial \bar{c}_2^*}{\partial \tau} = \frac{\beta\mu(\theta m + \rho)}{\alpha}\bar{k}^* + \left(\frac{(\alpha + \beta\mu\tau)(\theta m + \rho)}{\alpha} - m\right)\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \tau}$$

A parciális deriváltból levonható következtetés az előzőhöz hasonló: τ emelése abban az esetben is kedvezően értintheti az elit háztartásokat, ha ez a bérből és fizetésből élők fogyasztásának növekedési rátáját átmenetileg csökkenti. Elfogadva korábbi megállapításunkat, mely szerint τ és μ valószínű értékei az 5.1. ábrán egy a görbe feletti pontot határoznak meg, azt mondhatjuk, hogy a korrupció erősödése nem feltétlenül előnyös az elit háztartások számára, az adókulcs növelése viszont egészen biztosan az.

Megállapítható továbbá a fázisdiagramról, hogy a ρ, θ és m paraméterek bármelyikének növekedése csökkenti a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékét, és bal felé tolja el a $\dot{\bar{c}}_2 = 0$ nyugalmi vonalat. Az exogén technikai haladás rátájának növekedésével pedig a $\dot{\bar{k}} = 0$ nyugalmi vonal maximumhelye balra tolódik $\bar{k}_g$ egyidejű csökkenésével. E tulajdonságok egyébként Ramsey előző fejezetben ismertetett modelljében is kimutathatók voltak.

5.3.4 Stabilitás

Az (5.28) és (5.32) egyenletek által meghatározott egyensúlyi helyzet lokális stabilitásának vizsgálatához szükséges az (5.24) és (5.25) differenciálegyenletekkel definiált nem-lineáris rendszer egyensúlyi pont körül történő linearizálása. Ennek előállítása során az elsőrendű Taylor-polinom segítségével történő közelítést alkalmazva az alábbi lineáris rendszerhez jutunk:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{k}} \\ \dot{\bar{c}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\theta m+\rho)}{\alpha+\beta} - m & -1 \\ -\frac{\beta(\theta m+\rho)}{(\alpha+\beta)\theta}\left(\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\theta m+\rho)}{\alpha} - m\right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\bar{k} - \bar{k}^*) \\ (\bar{c} - \bar{c}^*) \end{bmatrix}$$

Az együtthatómátrix sajátértékei az alábbi formula segítségével adódnak:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\left\{ \frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\theta m+\rho)}{\alpha+\beta} - m \pm \right.$$

$$\left. \sqrt{\left[\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\theta m+\rho)}{\alpha+\beta} - m\right]^2 + \frac{4\beta(\theta m+\rho)}{(\alpha+\beta)\theta}\left(\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\theta m+\rho)}{\alpha} - m\right)} \right\}$$

Az (5.30) egyenlőtlenség biztosítja a gyökjel alatti utolosó tényező pozitivitását, és így két valós sajátérték létezését. Mivel a jobb oldalon álló kifejezés második tagja nagyobb, mint az első tag abszolút értéke, a két sajátérték közül az egyik pozitív, a másik negatív, tehát a mozgásegyenletekből nyeregpont stabilitás következik. A 4.3.2. szakaszban elkülönített, jellegzetes fogyasztási pályákat az 5. 2. ábrán is feltüntettem. A trajektóriák azonosításához a 4. 1. ábrán alkalmazott jelöléseket használtam. A modell stabilitását az előző fejezethez hasonlóan itt is a transzverzalitási feltétel biztosítja, mivel ez kényszeríti az elit háztartásokat az egyensúly felé tartó fogyasztási pályára. E transzverzalitási feltétel értelmezéséhez hasznos lesz a kemény költségvetési korlát fogalmának elit háztartásokra történő kiterjesztése. Kornai (1979) könyvében még a háztartások költségvetési korlátjának kemény volta mellett foglal állást. Az azóta eltelt időszakban kiderült, hogy nem minden háztartás esetében lehet egyértelműen kemény költségvetési korlátról beszélni. Úgy vélem, ez a megállapítás egyaránt igaz az elit háztartásokra és a bérből és fizetésből élőkre, azonban a stabilitás szempontjából az elit háztartások költségvetési korlátjának keménysége játszik különösen fontos szerepet. Úgy tűnik, a vállalatokhoz hasonlóan célszerű néhány olyan szempontot felsorolni, melyek alapján egy háztartás költségvetési korlátjának keménységi foka jellemezhető. Véleményem szerint e szempontok az alábbiak:

1. Minél puhább az adórendszer, annál puhább a háztartás költségvetési korlátja. Az adórendszer annál puhább, minél

    (a) több a háztartásra vonatkozó egyedi mentesség, kedvezmény.

    (b) kevesebb sikerrel képes a kormányzat a háztartást a kivetett adó megfizetésére kényszeríteni.

(c) kevésbé igyekszik a kormányzat a háztartást a kivetett adó megfizetésére szorítani.

2. Minél több olyan állami támogatásban részesül a háztartás, amellyel szemben sem teljesítmény (pl: gyermeknevelés), sem rászorultság (pl: súlyos fogyatékosság) nem áll fenn, annál puhább a költségvetési korlátja.

3. Minél puhább feltételekkel juthat a háztartás hitelekhez, annál puhább a költségvetési korlátja. A háztartás akkor jut puha feltételekkel hitelhez, ha

   (a) olyen hitelekhez is hozzájuthat, amelyek határidőre történő visszafizetésére garanciát felmutatni nem tud.

   (b) nem feltétlenül képes a hitelező a háztartást a felvett hitelek és kamataik határidőre történő visszafizetésére rákényszeríteni.

   (c) különösebben hátrányos következmények nélkül képes partnereit hitelezésre kényszeríteni. (Pl. oly módon, hogy közüzemi számláit nem fizeti ki határidőre.)

4. Minél több egyedi kedvezményt élvez a háztartás a gazdasági partnereivel folytatott tranzakciók során, annál puhább a költségvetési korlátja. Ilyen egyedi kedvezmény lehet például a különösen kedvező kamatozású betételhelyezés vagy hitelfelvétel lehetősége, a tömegközlekedési járműveken történő kedvezményes vagy ingyenes utazásra jogosító igazolvány, vagy a közszolgáltatások kedvezményes számlázása.

A fentiek alapján úgy tűnik, hogy míg a bérből és fizetésből élő háztartások esetében az utóbbi évtizedekben a költségvetési korlát keményedése volt megfigyelhető, az elit háztartások körében ez a tendencia nem ilyen egyértelmű. Az elit háztartások fogyasztási pályáját meghatározó transzverzalitási feltétel ezek szerint – a 4.3.2. szakaszhoz hasonlóan – most is kettős értelmezéssel bír:

1. Az elit háztartások vagyona zérushoz tart.

2. Az elit háztartások intertemporális költségvetési korlátja kemény.

Az első feltétel teljesülése az intertemporális jólét maximalizálásának követelményéből adódik, a második betartását viszont az elit háztartások gazdasági és jogi környezetének kell kikényszerítenie. Amennyiben ez nem történik meg, számukra racionális fogyasztói magatartást reprezentálhat egy hedonista jellegű trajektória, melynek hosszú távú következményei végzetesek lehetnek. Megjegyzendő továbbá, hogy az (5.12) egyenletből következik, hogy amennyiben egy hedonista pályagörbe mentén $\hat{\bar{k}} < -m\frac{\alpha+\beta}{\alpha}$, akkor a bérráta csökken. Szerencsés esetben az ezzel járó társadalmi tiltakozás $\bar{c}_2$ csökkentésére bírhatja az elit háztartásokat, ami fogyasztási pályájuk módosítását jelenti.

Foglalkozzunk most azzal az esettel, amikor a 2. feltétel nem teljesül. Ekkor a kormányzat a tőkeállomány felélését oly módon akadályozhatja meg, hogy megkísérli $\bar{k}^*$ értékét növelni. Ennek hatására a $\dot{\bar{c}}_2 = 0$ nyugalmi vonal jobbra, a $\dot{\bar{k}} = 0$ nyugalmi vonal pedig felfelé mozdul el. Ilyen módon az egyensúlyi pont eltolódik, és ha ez az elmozdulás elég nagy, az elit háztartások fogyasztási pályája $\dot{\bar{c}}_2 > 0$ és $\dot{\bar{k}} > 0$ értékekkel jellemezhető. Ez mindenképpen a helyzet ideiglenes javulását eredményezi, az 1.b. trajektória elérése esetén pedig a javulás tartós. Különösen akkor lehet eredményes a kormányzati beavatkozás, ha $\bar{k}^* > \bar{k}_g$ teljesül. Nem világos azonban, mit kell tennie a kormányzatnak, amennyiben $\bar{k}^*$ növelése válik szükségessé. Az 5.1. ábráról látható, hogy $\tau < 1 - \alpha - \beta$ esetén az adókulcs növelése, illetve a korrupció visszaszorítása biztosan a kívánt hatást éri el. Magasabb adókulcs esetén azonban a követendő gazdaságpolitika attól is függ, hogy milyen erős a korrupció az adott gazdaságban. Ha ugyanis μ értéke alacsony, akkor a korrupció mérséklődése miatt az elit háztartások jövedelme csökken, ezzel együtt megtakarításaik visszaesnek, ami a hatékony tőkeintenzitás csökkenése révén destabilizálhatja a gazdaságot. Másrészt az adókulcs emelésének is lehet destabilizáló hatása, ha az $\bar{k}^*$ értékét csökkenti.

5.4 Endogén növekedés

Vegyük most szemügyre azt az esetet, amikor az (5.7) termelési függvényben $\beta = 0$. Mivel ekkor $\bar{L}^{\beta} = 1$, ez a technikai haladás figyelmen kívül hagyását jelenti, alkalmazható tehát az $m = 0$ helyettesítés. Fenntartva a fejezet eddigi részében alkalmazott $n = 0$ feltevést, a modell több, eddig különbözőnek tekintett változója egybeesik: $\bar{L} = L$, $\bar{k} = k = K$, továbbá $\bar{c}_2 = C_2$. A továbbiakban az egyszerűbb jelöléseket fogom használni, de az eddigi eredményekkel történő könnyebb egybevetés érdekében a formális elemzés középpontjában a tőkeállomány helyett a tőkeintenzitás fog állni. Az (5.7) termelési függvény ekkor a következő formát ölti: $Y_1 = AK^{\alpha}G_1^{1-\alpha}$. Mivel a munka határtermelékenysége zérus, a bérből és fizetésből élő háztartások szektorától a továbbiakban eltekinthetünk. Elvégezve az 5.1. alfejezetben bemutatott átalakításokat:

$$Y_1 = A^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{\tau - \mu\tau}{1 - \mu\tau}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} K = \tilde{B}K.$$

A $\tilde{B}$ szimbólumot a B-hez hasonlóan csupán az egyszerűbb jelölés érdekében vezettem be. Továbbra is érvényes, hogy $\tilde{B} > 0$, $\frac{\partial \tilde{B}}{\partial \mu} = -\frac{(1-\tau)(1-\alpha)}{(1-\mu\tau)(1-\mu)\alpha}\tilde{B} < 0$, és $\frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tau} = \frac{(1-\alpha)}{(1-\mu\tau)\alpha\tau}\tilde{B} > 0$, az intenzív termelési függvény pedig: $f(k) = \tilde{B}k$. Az (5.8) parciális deriváltakból az 1. alfejezetben levont következtetéseket most a következőképpen kell módosítani:A korrupciós paraméter értékének növekedése csökkenti, a lineáris adókulcs emelése pedig növeli az első szektorban a kibocsátás nagyságát.

Modellünk az AK modellel mutat nagyfokú hasonlóságot. Ennek megfelelően az (5.10) egyenlet most $r = \tilde{B}$ alakúra egyszerűsödik, amiből az következik, hogy a korrupció erősödése csökkenti a kamatlábat, a lineáris adókulcs emelése viszont növeli azt.

Elvégezve a $\beta = 0$ helyettesítést az (5.24) és (5.25) mozgásegyenleteken, és figyelembe véve, hogy $m = 0$, az alábbi lineáris rendszer adódik:

$$\begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{c}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-\tau}{1-\mu\tau}\tilde{B} & -1 \\ 0 & \frac{1}{\theta}\left[\frac{(1-\tau)}{(1-\mu\tau)}\tilde{B} - \rho\right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ c_2 \end{bmatrix}.$$

A fenti rendszer csakis akkor lehet egyensúlyban, ha $\rho = \frac{(1-\tau)}{(1-\mu\tau)}\tilde{B}$. Az utóbbi egyenlőség k tetszőleges értéke mellett fennállhat. Ekkor azonban $\hat{k} = \hat{K} = \hat{Y} = 0$ miatt nem lehet szó gazdasági növekedésről. A továbbiakban azt az esetet vizsgálom, amikor a fenti lineáris rendszer nincs egyensúlyban.

Egyensúlytalanság esetén $\hat{c}_2 = \frac{1}{\theta}\left[\frac{(1-\tau)}{(1-\mu\tau)}\tilde{B} - \rho\right] \neq 0$. Megmutatom, hogy a 4.4. alfejezetben bebizonyított állítás most is alkalmazható. A modell mozgásegyenletei egy (4.25) alakú lineáris rendszert alkotnak, és az (5.26) transzverzalitási feltétel most a következő módon írható fel:

$$\lim_{t\to\infty} ke^{-\int_0^t \frac{(1-\tau)}{(1-\mu\tau)}\tilde{B}dv} = \lim_{t\to\infty} ke^{-\frac{(1-\tau)}{(1-\mu\tau)}\tilde{B}t} = 0. \tag{5.36}$$

Az állításból egyrészt az következik, hogy egyensúlyban: $c_2 = \rho k$, másrészt az egyensúly fennállásától függetlenül: $\frac{1}{\theta}\left[\frac{(1-\tau)}{(1-\mu\tau)}\tilde{B} - \rho\right] < \frac{1-\tau}{1-\mu\tau}\tilde{B}$, ami most az (5.19) definícióban szereplő improprius integrál létezéséhez szükséges. Ezek szerint az elit háztartások szektorának intertemporális jóléte az (5.19) formulával értelmezhető, és a modellben mindig kiegyensúlyozott növekedés áll fenn. Mindezek miatt $\hat{k} = \hat{c}$, és a kibocsátás csak $\frac{1-\tau}{1-\mu\tau}\tilde{B} > \rho$ esetén növekszik.

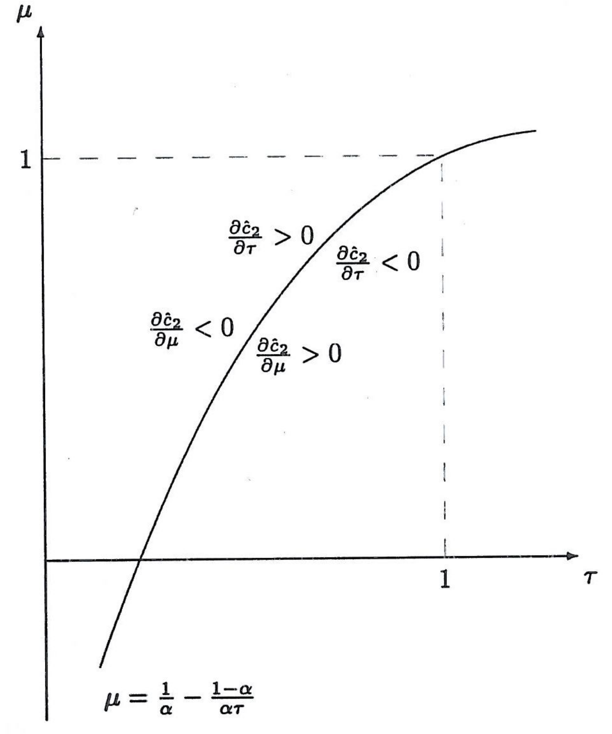
A korrupció hatásának vizsgálatához képezzük az alábbi parciális deriváltat:

$$\frac{\partial \hat{c}_2}{\partial \mu} = \frac{1-\tau}{\theta(1-\mu\tau)}\tilde{B}\left[\tau - \frac{(1-\tau)(1-\alpha)}{\alpha(1-\mu)}\right],$$

a lineáris adókulcs hatásának vizsgálatához pedig:

$$\frac{\partial \hat{c}_2}{\partial \tau} = \frac{1-\tau}{\tau\theta(1-\mu\tau)^2}\left[\frac{(1-\tau)(1-\alpha)}{\alpha(1-\mu)} - \tau\right].$$

A fenti eredményekből az 5.3.3. szakaszhoz hasonlóan ismét az következik,



5.3. ábra μ, ILLETVE τ NÖVEKEDÉSÉNEK HATÁSA AZ AK MODELLBEN

hogy $\frac{\partial \hat{c}_2}{\partial \mu}$ és $\frac{\partial \hat{c}_2}{\partial \tau}$ előjele mindig ellentétes, továbbá a korrupció erősödésének illetve az adókulcs emelésének a $\beta > 0$ esetben tapasztalttal megegyező a hatása. Ezeket az eredményeket egy az 5.1. ábrához hasonló illusztráció segítségével jelenítettem meg az 5.3. ábrán. Az ott látható görbe egyenlete az 5.1. ábrán bemutatottnak speciális esete $\beta = 0$ paraméterérték mellett. Lényegesebb különbség, hogy a görbe által elhatárolt tartományokban nem a k és c egyensúlyi értékeire, hanem az azok mindenkori növekedési rátáira vonatkozó parciális deriváltak szerepelnek. 1980 és 1983 közöt 70 ország adatait vizsgálva Mauro (1995) szignifikáns negatív korrelációt talált a növekedési ráta és a korrupció erőssége között. Hasonló eredményre jutottak Gupta és szerzőtársai (1998). Ezek szerint τ és μ valószínű értéke az 5.3. ábrán (az 5.1. ábrához hasonlóan) egy a $\mu = \frac{1}{\alpha} - \frac{1-\alpha}{\alpha\tau}$ görbe fölötti pontot határoz meg.

Ha most megint feltesszük, hogy τ értékét a kormányzat határozza meg, μ nagyságára pedig elsősorban az elit háztartások rendelkeznek befolyással, akkor

τ adott nagysága esetén az elit háztartások igyekeznek μ értékét úgy beállítani, hogy a (τ, μ) pont az 5.3. ábrán feltüntetett görbére kerüljön. Mivel e görbe pozitív meredekségű, τ növelésére a háztartások μ értékének növelésével reagálnak, ami eltér az 5.3. alfejezetben kapott következtetésünktől. Ez az eltérés abból fakad, hogy az 5.3. alfejezetben a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékének növekedéséből nem következett automatikusan $\bar{c}_2^*$ növekedése, most viszont a tőkeintenzitás növekedése feltétlenül az elit háztartások fogyasztásának emelkedését vonja maga után. Ezzel kapcsolatban fontos megjegyezni, hogy míg az 5.3. alfejezetben mondottak kizárólag az egyensúlyi helyzetre vonatkoztak, az iménti állítások valamennyi kiegyensúlyozott növekedési pályán fennállnak.

5.5 Záró megjegyzések

Acemoglu és Verdier (2000) szerint a legjelentősebb piaci elégtelenségek kijavítását célzó kormányzati beavatkozás még abban az esetben sem feltétlenül ártalmas, ha figyelembe vesszük a korrupció erőforrásokat újraelosztó hatását. Figyelmen kívül hagyva e piaci elégtelenségeket, ezt a megállapítást támasztják alá a 2. alfejezet következtetései, ahol az is kiderül, hogy amennyiben az adókulcs meghatározása során a kormányzat figyelembe veszi a korrupció mértékét, a korrupció erősödése egyértelműen $\bar{k}$ növekedését eredményezi. Exogén megtakarítási hányad helyett a 4. fejezet következtetéseit alkalmazva pedig az 5.1. és 5.3. ábra alapján arra a következtetésre jutottam, hogy túlzott mértékű adóztatás esetén a korrupció erősödése előnyös lehet a gazdaság számára. Túlzott mértékű adóztatáson azt értem, amikor τ csökkentése exogén növekedés esetében $\bar{k}^*$, endogén növekedés esetén pedig $\hat{k}$ növekedését eredményezi. Ekkor a korrupció erősödése annyiban előnyös, hogy $\bar{k}^*$, illetve $\hat{k}$ növekedéséhez vezet. Ugyanakkor Habib és Zurawicki (2001), Mauro (1995), valamint Gupta és szerzőtársai (1998) eredményeiből az következik, hogy a túlzott mértékű adóztatás fent említett esete általában nem jellemző.

Az 5.2. ábráról az is kiderül, hogy a gazdaság stabilitását elsősorban nem a korrupció itt tárgyalt formája veszélyezteti, hanem az, ha az elit háztartások a fázisdiagramon 1.a., 2.a., vagy 3-mal jelölt hedonista fogyasztási pályát választják. A 4.1. ábra tanulsága szerint azonban ez a veszély kincstári korrupció hiányában is fennáll.

Következtetéseimre azon feltevés mellett jutottam, hogy az elit háztartások jóléte kizárólag azok fogyasztási pályájától függ, az igazságosság vagy méltányosság nem játszik szerepet. Kaplow és Shavell (2001) szerint egy az utóbbi tényezőket is magában foglaló társadalmi jóléti függvény alkalmazása minden bizonnyal eltérő eredményre vezetne.

A jelen fejezetben tárgyalt modellek alapvető fogyatékossága, hogy zárt gazdaságot tételeznek fel. Eredményeim így jobban összevethetők az előző fejezetben bemutatott modellek eredményeivel, azonban valószínű, hogy nyitott gazdaság feltételezése lényegesen eltérő következtetésekre vezetne, különösen ha figyelembe vesszük, hogy az elit háztartások jövedelmük jelentős részét külföldre vihetik. Következtetéseim így inkább azokra az országokra érvényesek, ahol az elitnek és vagyonának külföldre menekülése nem jellemző.

A közjavak és korrupció figyelembe vétele formálisan nem változtatja meg sem Solow sem pedig Ramsey modelljének stabilitási tulajdonságait. A μ korrupciós paraméter hatása az egyes változók egyensúlyi értékeire, illetve egyensúlyi növekedési pályáira nem egyértelmű, és ugyanez mondható el a τ lineáris adókulcsról is. Kiegyensúlyozott növekedés esetén μ és τ növekedésének következménye az α, β, μ, τ paraméterek aktuális értékétől függően egyaránt lehet $\bar{k}$ és $\bar{c}_2$ növekedése és csökkenése is. A paraméterek szóba jöhető értékei mellett mindkettő előfordulhat. Az eredmények ilyen fokú bizonytalansága azért figyelemre méltó, mert azok igen jól specifikált termelési függvények feltételezése mellett adódtak.

A paraméterek pontosabb értelmezéséhez meg kell még jegyezni, hogy $\beta > 0$ esetén az (5.10) és (5.11) egyenletek alapján α és β nem pusztán a parciális termelési rugalmasságok technikai paraméterei, hanem olyan paraméterek gyanánt is értelmezhetőek, melyek megmutatják, hogy a tényezőjövedelmek miként viszonyulnak az 1. szektor kibocsátásához. Az (5.9) és (5.10) egyenletek felhasználásával megmutatható, hogy a profithányad nagysága az első szektorban: $\frac{rK}{Y_1} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$.

Irreális a tökéletes verseny feltételezése a munka- és termékpiacon is. Piaci elégtelenségek jelenlétében viszont a reálbér kisebb a munka határtermelékenységénél. Pontosabban fogalmaz Mátyás (1998) Heller Farkas elméleti munkásságát ismertetve: „... a munkás mint eladó számára a megszokott életszínvonal jelenti az alsó bérhatárt; a felsőt, a vállalkozó mint vevő számára fennálló bérhatárt viszont a munka haártermelékenysége határozza meg." E határtermelékenység az (5.11) egyenletben jelenik meg, így monopolelemek előfordulása esetén ez az összefüggés egyenlőtlenség formájában teljesül. A modell tehát a valóságosnál kedvezőbb képet fest a bérből és fizetésből élő háztartások jövedelmének és fogyasztásának alakulásáról, ezért ide vonatkozó eredményeit helyesebb a változók egyfajta felső korlátjaként értelmezni, melyet a gazdaság csak tökéletes verseny esetén érhetne el.

Végül megjegyzem, hogy valószínűleg irreális az a feltevés, mely szerint minden téves kormányzati döntés mögött az elit háztartások egy csoportjának jövedelemszerzési motívuma húzódik meg. Rossz kormányzati döntések születhetnek a döntéshozók rendelkezésére álló információk elégtelen vagy torz volta miatt is (pl: Morris (2001)), éppúgy mint téves vállalkozói döntések, különösen a beruházások területén. Utóbbiak figyelembevétele azonban szétfeszítené a modell neoklasszikus kereteit, többek között szükségessé válna a hibás anticipációk lehetőségét is magába foglaló autonóm beruházási függvény bevezetése.

Az eredmények összefoglalása

Dologzatom központi kérdése az volt, hogy miként hatnak a gazdaság növekedésére a megtakarítói és beruházói viselkedés bizonyos sajátosságai. Bár igyekeztem a tárgyalást – amennyire csak lehetséges volt – a neoklasszikus gondolati rendszer keretei közt tartani, a válasz mégsem egyértelmű, a hatás sokféle lehet. A 2.1. és 2.2. alfejezetekben bemutatott neoklasszikus alapmodell a megtakarítási hányadot exogén konstansként kezelte, s e megtakarítási hányad a neoklasszikus elvekkel összhangban a beruházási hányad szerepét is betöltötte. Az eredmény: s értékétől független, exogén növekedés, stabil növekedési pályán. Az itt alkalmazott jól viselkedő aggregát termelési függvényt más, nem is feltétlen bonyolultabb összefüggéssel helyettesítve, a gazdaság növekedési rátájának differenciáltabb magyarázatához jutottam a 2.3. és 2.4. alfejezetekben. A megtakarítási hányad elégtelen nagysága esetén itt már a gazdaság összeomlásának lehetősége is felmerült. A 2.5. alfejezetben megmutattam, hogy a neoklasszikus alapmodell jól viselkedő aggregát termelési függvény alkalmazása mellett is elveszti stabilitását, ha a téves vállalkozói várakozások lehetőségét is magába foglaló, autonóm beruházási függvényt vezetünk be a modellbe.

A 3.1. és 3.2. alfejezetekben a megtakarítási hányad központi befolyásolásának szükségességét indokló példákat mutattam be: a megtakarítási hányad optimalizálásával illetve az alacsony szintű egyensúly csapdájával kapcsolatban. Ezt követte a tervgazdaság egy kétszektoros modelljének ismertetése. A 3.5. alfejezet eredménye, hogy a puha vállalati költségvetési korlát bevezetésével e modell előrejelzései is pesszimistává válhatnak.

A negyedik fejezet szerepeltetését elsősorban az ötödikben felhasználásra kerülő fogalmak és összefüggések bevezetésének igénye tette szükségessé. E fejezet legfontosabb eredménye a 4.3.1. szakaszban található, ahol megmutattam, hogy amennyiben a háztartások fogyasztási pályájukat optimalizálják, a megtakarítási határhajlandóság egyensúlyi nagysága eltérhet a megtakarítási hányadétól: utóbbi az előbbinek a tőke parciális termelési rugalmasságával vett szorzatával egyenlő.

Az 5.1. alfejezetben a kormányzati kiadások, elsősorban beruházások fogalmára támaszkodva oly módon definiáltam a korrupció jelenségét, hogy az a korábban bemutatott modellekbe könnyen beépíthető legyen. Már itt kiderült, hogy a korrupciós paraméter értékének növekedése csökkenti, a lineáris adókulcs emelése pedig növeli az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás nagyságát. A korrupciónak ily módon értelmezett fogalmát vezettem aztán be a 2. fejezetben tárgyalt neoklasszikus alapmodellbe és a 4. fejezetben bemutatott konstrukcióba. Az eredmények lényeges eltéréseket mutattak. A korrupció tőkeintenzitásra gyakorolt hatásáról csak annyit mondhattam, hogy exogén konstans megtakarítási hányad esetén a korrupció erősödése egyértelműen növeli a tőkeintenzitást, ha a kormányzat az adóztatás során figyelembe veszi ezt a jelenséget. Amennyiben viszont a kormányzat nem tökéletesen informált, vagy az elit háztartások fogyasztási pályájukat optimalizálják, az eredmény nem ilyen egyértelmű. Exogén megtakarítási hányad esetén az elit háztartások egységnyi hatékony munkára eső fogyasztásának egyensúlyi nagysága és a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értéke mindig azonos irányban változik. Optimális fogyasztási pályát választó elit háztartások feltevése esetén viszont azt kaptam, hogy számukra a korrupció erősödése abban az esetben is előnyös lehet, ha ez a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékét csökkentve a bérből és fizetésből élők számára hátrányos.

A megtakarítói és beruházói viselkedés gazdasági növekedésre gyakorolt hatásával kapcsolatos következtetések mellett dolgozatomban néhány további eredményre is jutottam. Az 1.2.2. szakaszban megmutattam, hogy kiegyensúlyozott növekedés csakis lineárisan homogén aggregát termelési függvény jelenlétében lehetséges, az 1.2.3.4. pontban pedig a CES és Leontief típusú termelési függvények paraméterei közti kapcsolatot vezettem le. A 2.4.1. szakaszban bebizonyítottam, hogy a helyettesítés rugalmasságának emelkedése kedvezően befolyásolja a gazdasági növekedésre vonatkozó prognózisokat. A 2.5.1. szakaszban pedig megmutattam, hogy az egyensúly 1.1.4.1. pontban bemutatott mechanisztikus definíciója is mély elméleti tartalmat nyerhet a dinamikus rendszer körültekintő specifikálása esetén. A 3.2.2. szakaszban egy olyan példát mutattam be, melyben az alacsony szintű egyensúly csapdája növekvő hozadék mellett jelentkezik.

Munkám során egyrészt a szakirodalomban általánosan elfogadott fogalmak és módszerek alkalmazására törekedtem. Ezek tömör összefoglalását adja Mitra és Nishimura (2001). Másrészt igyekeztem az újabb vagy újabban az érdeklődés középpontjába került modelleket a gazdasági növekedés kutatásában elért klasszikus eredményekhez viszonyítani. Ezért tölti be Solow (1956) modellje a viszonyítási pont szerepét. Végezetül igyekeztem a hazai közgazdasági irodalom legjelentősebb eredményeit is felhasználni. Ezért támaszkodott például a harmadik fejezet erőteljesen Kornai János munkáira. A fenti célkitűzések egymásnak ellentmondó jellege több hiányosság forrásává vált. Kimaradt a dolgozatból a gazdasági növekedés káoszelméletre támaszkodó megközelítése. Nem tekinthető munkám a gazdasági növekedés elmélettörténeti feldolgozásának. Mátyás (1999a) és (1999b) könyveinek megjelenése után egy ilyen feldolgozás amúgy is nehezen tudna újat mondani. Nem térek ki továbbá a hazai irodalom számos jelentős eredményére sem. A fenti hiányosságok ellenére úgy vélem, bármely közgazdasági probléma vizsgálata során ma Magyarországon elengedhetetlen a már említett három forrás egyidejű felhasználása.

A neoklasszikus közgazdaságtant ért bírálatok fényében nem állíthatom, hogy ez a gondolati rendszer lenne a legmegfelelőbb akár a tervezett gazdaság növekedési problémáinak, akár a korrupció jelenségének a modellezésére. A jelen dolgozatban bemutatott modellekkel csupán arra kívántam a figyelmet felhívni, hogy az ilyen irányú vizsgálódások során is alkalmas kiindulópont gyanánt szolgálhat a neoklasszikus elmélet, bár annak határainál a kutatás nem állhat meg.

A dolgozat végkövetkeztetése az utolsó három fejezetből adódik: akár központi tervező határozza meg a megtakarítások nagyságát, akár a háztartások intertemporális jólétmaximalizáló viselkedése; akár jelen van a gazdaságban a kincstári korrupció, akár nincs, a vállalatok, illetve háztartások kemény költségvetési korlátja képes biztosítani a gazdasági összeomlás elkerülését. Ezért tűnik számomra rendíkvül fenyegető veszélynek a költségvetési korlátok puhulásának Kornai (1997) szerint világszerte tapasztalható tendenciája.

Irodalom

Abel, A. és Blanchard, O. (1983) *An Intertemporal Equilibrium Model of Saving and Investment*, Econometrica, 51, pp. 675-692.

Acemoglu, D. és Verdier, T. (2000) *The Choice Between Market Failures and Corruption*, American Economic Review, 90, pp.194-211.

Allen, R. G. D. (1967) *Macro Economic Theory: A Mathematical Treatment*, Macmillan, London

Andorka, R. (szerk.) (1967) *Dinamikus népgazdasági modellek*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

Antinolfi, G., Keister, S. és Shell, K. (2001) *Growth Dynamics and Returns to Scale: Bifurcation Analysis*, Journal of Economic Theory, 96, pp. 70-96.

Arrow, K. (1962) *The Economic Implications of Learning by Doing*, Review of Economic Studies, 29, pp. 155-173.

Arrow, K. J. (1963) *Social Choice and Individual Values* 2nd edn, Yale University Press, New Haven.

Arrow, K. J. és Kurz, M. (1970) *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, Johns Hopkins Press, Baltimore.

Assenmacher, W. (1994) *Konjunkturtheorie*, R. Oldenbourg Verlag München Wien.

Barro, R. J. (1990). *Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth*, Journal of Political Economy, 98, S103-S125.

Barro, R. J. (1991) *Economic Growth in a Cross Section of Countries*, Quarterly Journal of Economics, 106, pp. 407-443.

Barro, R. J. és Sala-i-Martin X. (1992a) *Convergence*, Journal of Political Economy, 100, S223-S251.

Barro, R. J. és Sala-i-Martin X. (1992b) *Public Finance in Models of Economic Growth*, Review of Economic Studies, 59, pp. 645-661.

Barro, R. J. és Sala-i-Martin X. (1995) *Economic Growth*, McGraw-Hill, New York.

Bernheim, B. D. és Bagwell, K. (1988) *Is Everything Neutral?* Journal of Political Economy, 96, S308-S338.

Bessenyei, I. (1995) *A gazdasági növekedés alapvető elméletei*, Janus Pannonius Tudományegyetem, Pécs.

Bessenyei I. (1996). *Az infrastruktúra fejlesztés költségei és hozamai*, megjelent: Informatika a felsőoktatásban (tanulmánykötet), KLTE, Debrecen, pp. 731-735.

Bessenyei I. és Suciu, L. (2000) *Sustainable Production in Case of Exhaustible Natural Resources*, in. Rekettye, G. ed. *The Significance of the Last Decade – Papres to commemorate the thirthieth anniversary of the Pécs Faculty of Business & Economics*, pp. 346-356.

Blanchard, O. J. és Fischer, S. (1992) *Lectures on Macroeconomics*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts; London England.

Cass, D. (1965). *Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation*, Review of Economic Studies, 32, pp. 233-240.

Chiang, A. C. (1984) *Fundamental Methods of Mathetaical Economics*, 3d ed., McGraw-Hill, New York.

Chiang, A. C. (1992) *Elements of Dynamic Optimization*, McGraw Hill, New York.

Del Monte, A. és Papagini, E. (2001) *Public Expenditure, Corruption, and Economic Growth: the Case of Italy*, European Journal of Political Economy, 17, pp. 1-16.

Domar, E. D. (1946) *Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment*, Econometrica, 14, pp. 137-147.

Domar, E. D. (1957) *Essays in the Theory of Economic Growth*, Oxford University Press, New York.

Duggan, M. G. (2000) *Hospital Ownership and Public Medical Spendig*, Quarterly Journal of Economics, 115, pp. 1343-1373.

Ehrlich I. és Lui F. T. (1999). *Bureaucratic Corruption and Endogenous Economic Growth*, Journal of Political Economy, 107, S270-S293.

Fama, E. F. és French, K. R. (2000) *Forecasting Profitability and Earnings*, Journal of Business, 73, pp. 161-175.

Felderer, B. és Homburg, S. (1994) *Makroökonomik und neue Makroökonomik,* Springer Verlag.

Feldman, G. A. (1928) *K teorii tempov narodnogo dihoda*, Planove hozjajsztvo (A tervezett gazdaság) GOSZPLAN, Moszkva

Goolsbee, A. (2000) *What Happens When You Tax the Rich? Evidence from Executive Compensation*, Journal of Political Economy 108, pp. 352-378.

Gray, C. W., Schlorke, S. és Szanyi, M. (1996) *A csődtörvény tapasztalatai Magyarországon - 1992-1993 Egy empirikus kutatás eredményei*, Közgazdasági Szemle, 43, pp. 403-419.

Gupta, S.; Davoodi, H.; és Alonso-Treme R. (1998) *Does Corruption Affect Income Inequality and Poverty?* Working Paper no. 98/76. Washington: Internat. Monetary Fund.

Gupta, S. de Mello, L. és Sharan, R. (2001) *Corruption and Military Spending,* European Journal of Political Economy 17, pp. 749-777.

Habib, M., és Zurawicki, L. (2001) *Country-level Investments and the Effect of Corruption - Some Empirical Evidence,* International Business Review, 10, pp. 687-700.

Hahn, F. H. és Matthews, R. C. O. (1964) *The Theory of Economic Growth: A Survey*, Economic Journal,74, pp. 779-902.

Hamermesh, D. S. (1989) *Labor Demand and the Structure of Adjustment Costs*, American Economic Review, 79, pp. 674-689.

Hámori, B. (1998) *Érzelemgazdaságtan - A közgazdasági elmélet kiterjesztése*, Kossuth Kiadó, Budapest.

Harcourt, G. C. (1972) *Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital*, Cambridge University Press.

Harrod, R. F. (1939) *An Essay in Dynamic Theory*, Economic Journal, 49, pp. 14-33.

Harrod, R. F. (1948) *Towards a Dynamic Economics: Some Recent Developments of Economic Theory and their Applications to Policy*, Macmillan, London. Megjelen magyar nyelven: Mátyás (1963)

Inada, K. (1963) *On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalization*, Review of Economic Studies, 30, pp. 119-127.

Jones, H. (1975) *An Introduction to Modern Theories of Economic Growth*, Nelson, Sunbury-on-Thames.

Káldor, N. (1956) *Alternative Theories of Distribution*, Review of Economic Studies, 23, pp. 83-100.

Káldor, N. (1957) *A Model of Economic Growth*, Economic Journal, 67, pp. 591-627.

Káldor, N. és Mirrlees, J. A. (1962) *A New Model of Economic Growth*, Review of Economic Studies, 29, pp. 174-192. Magyar nyelven megjelent: Mátyás (1963).

Káldor, N. (1963) *Capital Accumulation and Economic Growth*, in Lutz, F. A. and Hauge, D. C. eds., *Proceedings of a Conference Held by the International Economics Association*, Macmillan, London.

Kaplow, L. és Shavell, S. (2001) *Any Non-welfarist Method of Policy Assessment Violates the Pareto Principle*, Journal of Political Economy, 109, pp. 281-286.

Kaposi, Z. (1998) *A XX. század gazdaságtörténete I. (1918-1945)*, Dialóg Campus Kiadó, Budapest - Pécs.

Kaposi, Z. (2001) *A XX. század gazdaságtörténete II. (1945-1990)*, Dialóg Campus Kiadó, Budapest - Pécs.

Keynes, J. M. (1965) *A foglalkoztatás, a kamat és a pénz általános elmélete*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

Klump, R. és de La Grandville, O. (2000) *Economic Growth and the Elasticity of Substitution: Two Theorems and Some Suggestions*, American Economic Review, 90, pp. 282-291.

Koopmans, T. C. (1965). *On the Concept of Optimal Economic Growth*, in *The Econometric Approach to Development Planning*, North Holland, Amsterdam.

Kopányi, M. (1993) (szerk.) *Mikroökonómia*, Műszaki Könyvkiadó - Aula, Budapest.

Kornai, J. (1979) *A hiány*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest

Kornai, J. (1997) *Pénzügyi fegyelem és puha költségvetési korlát*, Közgazdasági Szemle, 44, pp. 940-953.

Kornai, J. (2000) *A költségvetési korlát megkeményítése a posztszocialista országokban*, Közgazdasági Szemle, 47, pp. 1-22.

Kremer, M. és Chen, D. (1999) *Income-Distribution Dynamics with Endogenous Ferility*, American Economic Review, 89, pp. 150-154.

Kuros, A. G. (1975) *Felsőbb algebra*, (4. kiadás), Tankönyvkiadó, Budapest

Ladrón-de-Guevara, A., Ortigueira, S., és Santos, M. S., (1999) *A Two-Sector Model of Endogenous Growth with Leisure*, Review of Economic Studies 66, pp. 609-631

Leontief, W. (1941) *The Structure of the American Economy: 1919-1929*, Harvard University Press, Cambridge MA.

Lucas, R. E., Jr. (1988) *On the Mechanics of Development Planning*, Journal of Monetary Economics, 22, pp. 3-42.

Mangasarian, O. L. (1966) *Sufficient Conditions for the Optimal Control of Nonlinear Systems*, SIAM Journal on Control, Vol 4, pp. 139-152

Mankiw, N. G., Romer, D. és Weil D. N. (1992) *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*, Quarterly Journal of Economics, 107, pp. 407-437.

Maskin, E. (1999) *Recent Theoretical Work on the Soft Budget Constraint*, American Economic Review, 89, pp. 421-425.

Maskin, E. (2001) *Soft Budget Constraint Theories – From Centralisation to the Market*, Economics of Transition, 9, pp. 1-27.

Mátyás, A. (szerk.) (1963) *A gazdasági fejlődés feltételei*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

Mátyás, A. (1984) *Bevezető gondolatok Deane könyvéhez*, megjelent: Deane, P. *A közgazdasági gondolatok fejlődése*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, pp. 9-26.

Mátyás, A. (1991) *A makroökonómia fejlődése a monetarista és neokeynesiánus közgazdák közti vitában*, Közgazdasági Szemle, 38. pp. 1072-1085.

Mátyás, A. (1996) *A hagyományos közgazdaságtan bírálata és kutatási körének kiszélesítése az új intézményi iskola képviselői részéről*, Közgazdasági Szemle, 43. pp. 614-628.

Mátyás, A. (1998) *Adalék Heller Farkas elméleti munkásságához*, Közgazdasági Szemle, 45. pp. 738-746.

Mátyás, A. (1999a) *A korai közgazdaságtan története*, Aula Kiadó, Budapest.

Mátyás, A. (1999b) *A modern polgári közgazdaságtan története*, Aula Kiadó, Budapest.

Mauro, P. (1995) *Corruption and Growth*, Quarterly Journal of Economics, 110, pp. 681-712.

Mauro, P.(1998) *Corruption and the composition of government expenditure* Journal of Public Economics, 69, pp. 263-279.

Meade, J. E. (1961) *A Neo-Classical Theory of Economic Growth*, Allen and Unwin, London

Mellár, T. (1997) *Alkalmazott makroökonómia*, Janus Pannonius Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar, Pécs.

Meyer, D. (1995) *Az új növekedéselmélet; Vázlatos áttekintés*, Közgazdasági Szemle, 42. pp. 387-398.

Meyer, D. és Solt, K. (1999) *Makroökonómia*, Aula Kiadó Kft, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem.

Mitra, T. és Nishimura, K. (2001) *Introduction to intertemporal Equilibrium Theory: Indeterminancy, Bifurcations, and Stability*, Journal of Economic Theory, 96, pp. 1-12.

Molnár, S. és Szidarovszky, F. (1995) *Folytonos dinamikus termelői-fogyasztói modell stabilitásáról*, Szigma, 26, pp. 93-102.

Morris, S. (2001) *Political Correctness*, Journal of Political Economy, 109, pp. 231-265.

Müller, K. W. és Ströbele, W. (1985) *Wachstumstheorie*, R. Oldenbourg Verlag GmbH, München.

Persson, T, Roland, G. és Tabellini, G. (2000) *Comparative Politics and Public Finance*, Journal of Political Economy, 108, pp. 1121-1161.

Petschnig M. Z. (1993). *Rendszerváltás a korrupcióban*, Korunk, 7, pp. 11-21.

Phelps, E. (1966) *Golden Rules of Economic Growth*, Norton, New York.

Ramsey, F. (1928) *A Mathematical Theory of Saving*, Economic Journal, 38, pp. 543-559.

Rebelo, S. (1991) *Long-Run-Policy Analysis and Long-Run-Growth*, Journal of Political Economy, 99, S500-S521.

Robinson, J. (1961) *Equilibrium Growth Models*, American Economic Review, 51, pp. 360-369.

Romer, P. M. (1986) *Increasing Returns and Long-Run Growth*, Journal of Political Economy, 94, pp. S1002-S1037.

Romer, P. M. (1990) *Endogenous Technical Change*, Journal of Political Economy, 98, pp. S71-S102.

Rudin, W. (1978) *A matematikai analízis alapjai*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

Samuelson, Paul A (1954). *The Pure Theory of Public Expenditure*, Review of Economics and Statistics, 36, pp. 387-389.

Sato, R. (1963) *Fiscal Policy in a Neoclassical Growth Model: An Analysis of the Time Required for Equilibrating Adjustment*, Review of Economic Studies, 30.

Schleich, J. (1999) Environmental quality with endogenous domestic and trade policies, *European Journal of Political Economy* 15, pp. 53-71.

Schleifer, A. és Vishny, R. W. (1993) *Corruption*, Quarterly Journal of Economics, 108, pp. 599-600.

Scott, M. F. (1989) *A New View of Economic Growth*, Clarendon Press, Oxford.

Simonovits, A. (1995) *Még egyszer az optimális növekedésről*, Közgazdasági Szemle, 42, pp. 1136-1146.

Simonovits, A. (1996) *A magyar matematikai közgazdaságtan múltja, jelene és jövője*, Közgazdasági Szemle, 43, pp. 350-355.

Simonovits, A. (1997) *A káoszelmélet közgazdaságtani alkalmazásáról*, (In: *Rend és káosz* Fokasz Nikosz szerk.), Replika Kör, Budapest

Simonovits, A. (1998) *Matematikai módszerek a dinamikus közgazdaságtanban*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

Simonovits, A. (1999) *A racionális és naiv várakozások stabilitásának összehasonlítása*, Közgazdasági Szemle, 46, pp. 689-700.

Simonovits, A. (2001) *Szolgálati idő, szabadidő és nyugdíj – ösztönzés korlátokkal*, Közgazdasági Szemle, 48, pp. 393-408.

Solow, R. M. (1956) *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, Quarterly Journal of Economics, 70, pp. 65-94.

Solow, R. M. (1960) *Investment and Technical Progress* in Arrow, K., Karbin, S. and Suppes, P. eds. *Mathematical Methods in the Social Sciences*, Stanford, pp. 89-104.

Solow, R. M. (1994) *Perspectives on Growth Theory*, Journal of Economic Perspectives, 8, pp. 45-54.

Soós, K. A. (1986) *Terv, kampány, pénz*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó - Kossuth Könyvkiadó, Budapest

Spulber, N. (1964) *Foundations of Soviet Strategy for Economic Growth*, Indiana University Press, Bloomington.

Sydsæter és Hammond (2000) *Matematika közgzdászoknak*, Aula Kiadó Kft., Budapesti Közgazdaságtudományi és Államigazgatási Egyetem

Szidarovszky F. és Bahill, A. T. (1992) *Linear Systems Theory*, CRC Press, Boca Raton/ London

Szilágyi, Á. (1998) *"KKK", avagy Oroszország elrablása*, in Gombár, Cs., Hankiss, E. és Lengyel, L. szerk. *Írások a korrupcióról*, Helikon - Korridor, Budapest, pp. 256-312.

Tanzi, V. és Davoodi, H. (1997) *Corruption, Public Investment and Growth.* Working Paper no. 97/139. Washington: Internat. Monetary Fund.

Taylor, J. (1982) *The Swedish Investment Funds System as a Stabilization Rule*, Brooking Papers on Economic Activity, 1, pp. 57-99.

Varian, H. R. (1992) *Microeconomic Analysis*, (3th. ed.) W. W. Norton & Company, Inc. New York, London.

Voszka, É. (1996) *A tulajdonváltás felemás sikeréve*, Közgazdasági Szemle, 43, pp. 385-402.

Voszka, É. (1997) *Csontvázak a szekrényben (Privatizáció 1996)*, Közgazdasági Szemle, 44, pp. 407-425.

Weeks, J. (1998) *A neoklasszikus közgazdaságtan kritikája,* Aula Kiadó, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem.

Woods, J. E. (1978) *Mathematical economics*, in Pearce, D. W. ed. *Modern economics series*, Longman, New York.

Zalai, E. (1989) *Bevezetés a matematikai közgazdaságtanba*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

Zeidler, E. (1986). *Nonlinear Functional Analysis and its Applications - Fixed-Point Theorems*, Vol. I. (németből angolra fordította: Wadsack, P. R.), Springer Verlag, New York.

Zhang, W. B. (1990a) *Economics Dynamics, Growth and Development*, in Krelle, W. és Beckmann, M. eds. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* series, Springer Verlag, Berlin Heidelberg.

Zhang, W. B. (1990b) *Synergetic Economics - Dynamics, Nonlinearity, Instability, Non-equilibrium, Fluctuations and Chaos*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg.